ORTAÖĞRETİM

# Temel Matematik

## 11. Sınıf

### Ders Kitabı

**Yazarlar**

Dr. Ferda ADIGÜZEL DOĞAN
Sercan EMEK
Turgay KIZGIN

DEVLET KİTAPLARI
....., 2026

Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları No .....: 10706
Ders Kitapları Dizisi No .....: 2456

Her hakkı saklıdır ve Millî Eğitim Bakanlığına aittir. Kitabın metin, soru ve şekilleri kısmen de olsa hiçbir surette alınıp yayımlanamaz.

**Editör**
Prof. Dr. Hakan YAMAN

**Dil Uzmanı**
Emine Bahar GÖKER

**Görsel Tasarımcı**
Mustafa ÇAKIR
Şenol AKKURT

**Çoklu Ortam Tasarımcısı** Ahmet
Kemal KAVUKÇU

**Program Geliştirme Uzmanı** Dr.
Sadife DEMİRAL

**Ölçme ve Değerlendirme Uzmanı**
Gülseren TOPUZ

**Rehberlik Uzmanı**
İlkay AKARSU

**Baskı**
Baskı Matbaanın Adı ve
Ticaret Ünvanı
Tel.: (0000) 000 00 00

ISBN 978-975-11-9929-4

Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığının 30.06.2026 tarih ve 163359290 sayılı yazısı ile eğitim aracı olarak kabul edilmiştir. Kurulca bu kitabın kabul edilmiş olması ders kitabından yayınevi ve yazarın/yazarların sorumluluğunu kaldırmaz.



# İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

**Mehmet Âkif Ersoy**

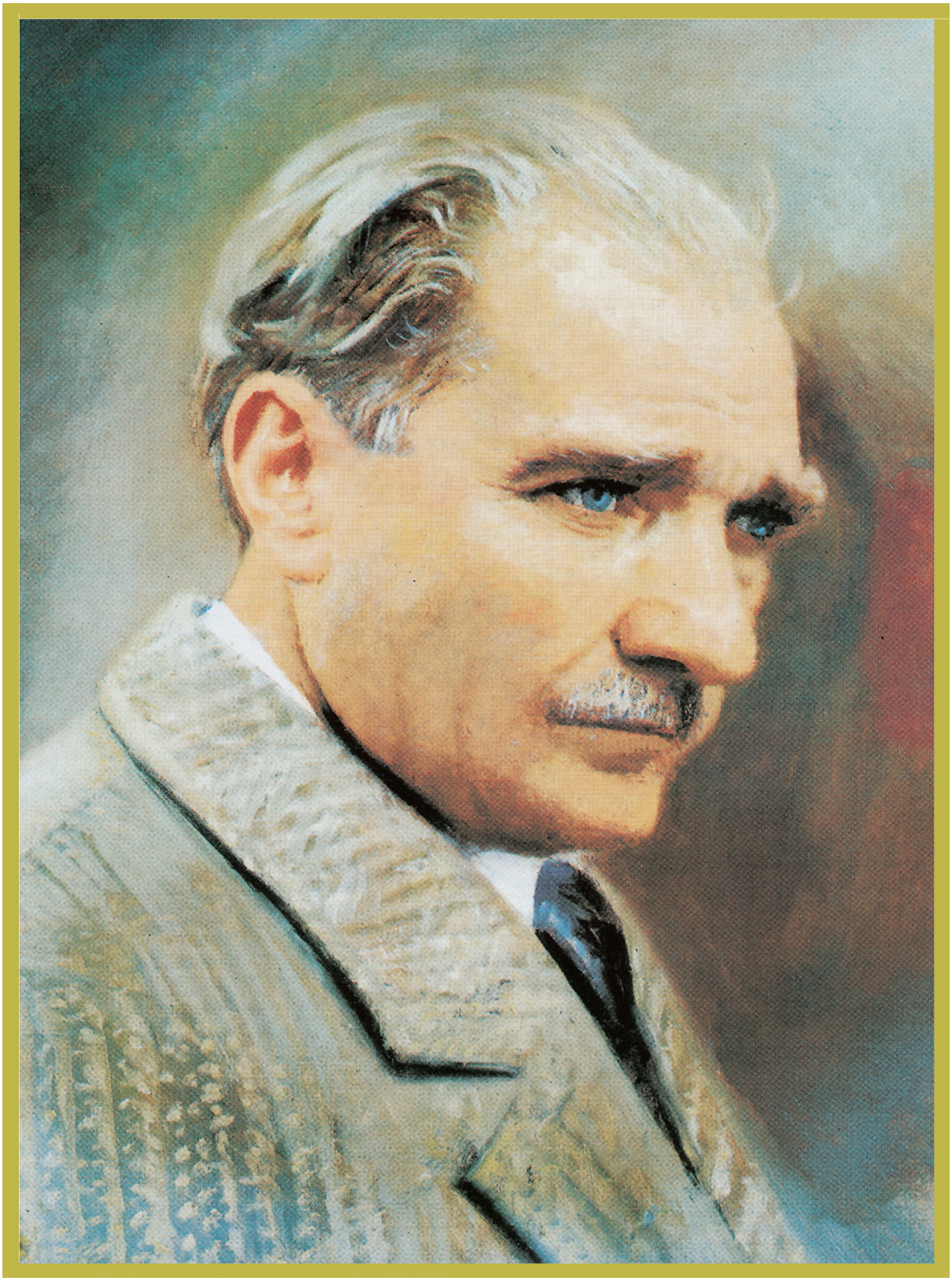
# GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

# İçindekiler

Kitabın dijital kopyalarında "İçindekiler" sayfasında başlıklar üzerine tıklayarak ilgili sayfalara, iç sayfalarda da tema isimleri üzerine tıklayarak "İçindekiler" sayfasına ulaşabilirsiniz.


Kitabın Tanıtımı ..... 8

**1. Tema NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER 10**

Ön Değerlendirme ..... 12
1.1. Niceliklerin Doğru Orantılı Değişimlerine Karşılık Gelen Doğrusal Fonksiyonlar ..... 14
Alıştırmalar I ..... 29
1.2. Niceliklerin Ters Orantılı Değişimlerine Karşılık Gelen Rasyonel Fonksiyonlar ..... 33
Alıştırmalar II ..... 43
1.3. Doğrusal ve Rasyonel Fonksiyonlarla İfade Edilebilen Denklem ve Eşitsizlik Problemleri ..... 46
Alıştırmalar III ..... 56
1. Tema Ölçme ve Değerlendirme ..... 59

**2. Tema GEOMETRİK ŞEKİLLER 68**

Ön Değerlendirme ..... 70
2.1. Dörtgenlerin Açı, Kenar, Köşegen, Simetri ve Alan Özellikleri ..... 72
Alıştırmalar I ..... 133
2.2. Çokgenlerin Kenar, Açı ve Köşegen Özellikleri ..... 145
Alıştırmalar II ..... 165
2. Tema Ölçme ve Değerlendirme ..... 168

**3. Tema İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ 182**

Ön Değerlendirme ..... 184
3.1. İki Nicel Değişkenli Veri ile Çalışma ve Değişkenler Arasındaki İlişkililiğe Dayalı Karar Verme ..... 186
Alıştırmalar I ..... 203
3. Tema Ölçme ve Değerlendirme ..... 206

SÖZLÜK ..... 209
KAYNAKÇA ..... 211
CEVAP ANAHTARLARI ..... 212
Görsel ve Genel Ağ Kaynakçası ..... 212
Türkiye'nin Mülki İdare Bölümleri ile Kara ve Deniz Komşuları Haritası ..... 213
Türk Dünyası Haritası ..... 214

# Kitabın Tanıtımı

Temanın işleniş sırası

Temanın adı

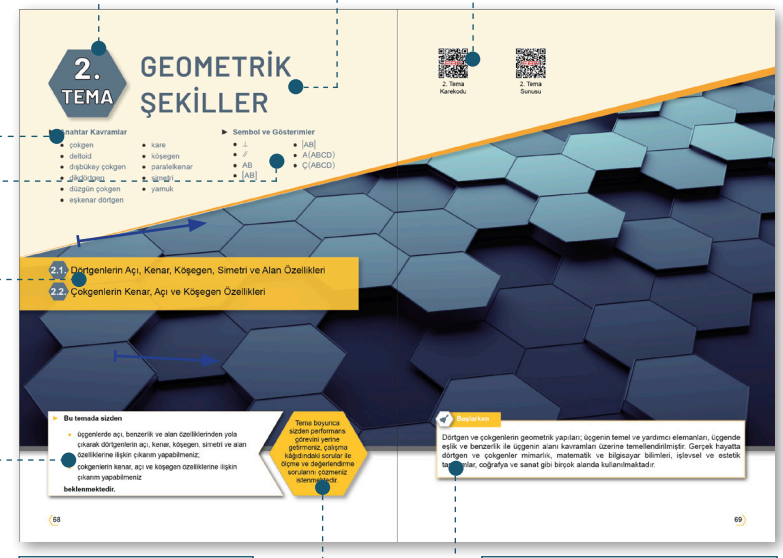
Tema sunumuna ve diğer e-içeriklere yönlendiren karekodlar

Temanın kapsamı hakkında bilgi veren anahtar kavramlar

Temada kullanılan sembol ve gösterimler

Temanın konu başlıkları

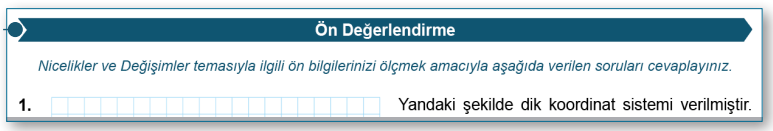
Temada öğrenme çıktıları bağlamında gerçekleştirilmesi beklenen beceriler



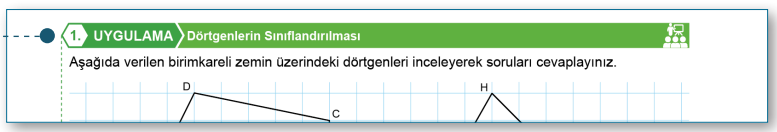

Temada öğrenciden beklenen görev ve sorumlulukların belirtildiği alan

Temaya giriş niteliğinde olan, temanın diğer disiplinler ve gerçek yaşamla ilişkisini yansıtan alan

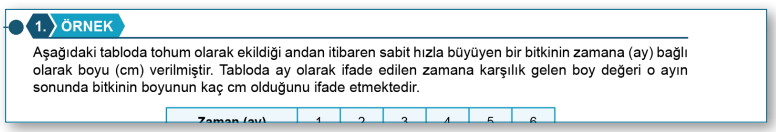
Önceki yıllarda edinilen, temanın gerektirdiği bilgi ve becerileri içeren çalışmaların bulunduğu alan



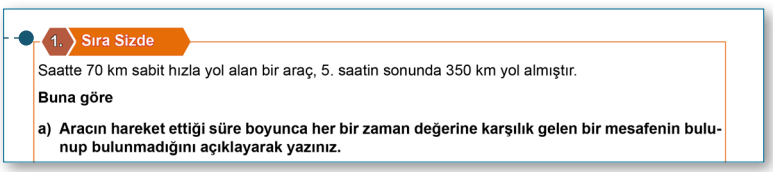

Süreç bileşenlerinin bir görev veya problem bağlamında işletildiği alan




Tema ile ilgili çözümlü örneklerin sunulduğu alan

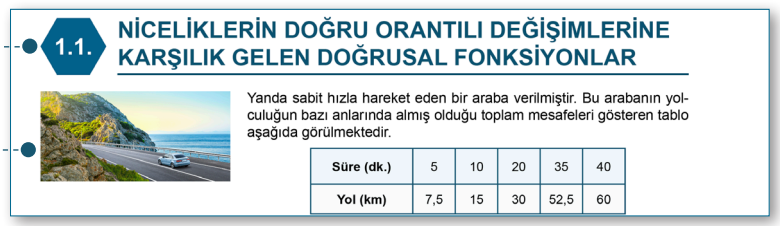



Konu içinde çözümü verilmeyen görevlerin yer aldığı alan




Temaya ait öğrenme çıktısı

Merak uyandıran, önceki bilgi ve becerilerden temanın içerdiği bilgi ve becerilere geçişi sağlayan alan



*Soruya ait örnek çözümün yer aldığı alan*

**ÇÖZÜM**

**a)** Tablo incelendiğinde bitkinin boyu ile geçen zamanın birbirine oranı aşağıdaki gibi hesaplanır:

| Zaman (ay) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bitkinin Boyu (cm) / Zaman (ay) | $\frac{5}{2}=\frac{5}{2}$ | $\frac{5}{2}$ | $\frac{15}{2}=\frac{5}{2}$ | $\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$ | $\frac{25}{2}=\frac{5}{2}$ | $\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$ |

*Ulaşılan bilgi, kural, önerme veya sonuçların özetlendiği alan*

**Zihinde Kalanlar**

- Niceliklerin doğru orantılı değişimlerinde değişimi cebirsel olarak temsil eden fonksiyonlar, gerçek sayılarda tanımlı doğrusal fonksiyonlardır.

*Tema ile ilgili performans görevlerinin verildiği alan*

**Performans Görevi** Doğrusal ve Rasyonel Fonksiyonlarla İfade Edilen Denklem ve Eşitsizlik Problemleri

***Amaç:*** *Doğrusal ve rasyonel fonksiyonlar kullanılarak ifade edilebilen gerçek yaşam problemi oluşturabilme ve çözebilme*

*Tema ile ilgili derinlemesine çalışmanın verildiği alan*

**Çalışma Kâğıdı**

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Sabit hacimli 100 K (kelvin ) sıcaklıktaki bir kapta bulunan oksijen gazının basıncı 0,5 atm' dir (atmosfer). Kap ısıtıldığında her 100 K sıcaklıkta oksijen gazının basıncı 0,5 atm artmaktadır.

*Öğrenme çıktısı ile ilgili görevlerin bulunduğu alan*

**Alıştırmalar I**

1. **Aşağıda verilen gerçek sayılarda tanımlı f, g ve h fonksiyonlarının temsil ettiği grafiklerin eğimlerini bulunuz.**

*Tema ile ilgili ölçme ve değerlendirme çalışmalarının yer aldığı alan*

**1. Tema Ölçme ve Değerlendirme**

*Bu bölümde cevaplamanız için farklı soru tiplerinde 31 adet soru bulunmaktadır.*
*Ölçme ve değerlendirme bölümünün sonunda verilen karekodu okutarak ek sorulara ulaşabilirsiniz.*

*Konu ile ilgili kişi, kurum ve olaylar hakkında önemli tarihsel bilgilerin yer aldığı alan*

**Okuma Parçası** Fârâbî'nin Dışbükey Dörtgen ve Çokgenleri Parçalara Ayırarak İncelemesi

İslam'ın altın çağında yaşamış ünlü filozof ve bilim insanı Ebû Nasr el-Fârâbî (872-950) Türkistan'ın ileri gelen Türk ailelerinden birinin ferdidir. Düşünsel yaşamının zenginliği, Fârâbî'nin birçok konuda eser

## *SEMBOLLERİN AÇIKLAMASI*

| | | |
|---|---|---|
| *Sonraki sayfada devam eden çalışma* | *Rehberli uygulama* | *Performans Görevi* |
| *Zihinde Kalanlar* | *Grup uygulaması* | *Çalışma Kâğıdı* |
| *Okuma Parçası* | *Araştırma Ödevi* | *Başlarken* |

# 1. TEMA NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

► **Anahtar Kavramlar**

- artanlık-azalanlık
- değişken
- doğru orantı
- doğrusal fonksiyon
- doğrusal ilişki
- eğim
- fonksiyonun işareti
- kök
- orantı sabiti
- ters orantı



**1.1.** Niceliklerin Doğru Orantılı Değişimlerine Karşılık Gelen Doğrusal Fonksiyonlar

**1.2.** Niceliklerin Ters Orantılı Değişimlerine Karşılık Gelen Rasyonel Fonksiyonlar

**1.3.** Doğrusal ve Rasyonel Fonksiyonlarla İfade Edilebilen Denklem ve Eşitsizlik Problemleri

► **Bu temada sizden**

- niceliklerin doğru orantılı değişimlerini gerçek sayılarda tanımlı $f(x) = ax$ fonksiyonları bağlamında yorumlayabilmeniz,
- niceliklerin ters orantılı değişimlerini $\mathbb{R} - \{0\}$ da tanımlı $g(x) = \frac{b}{x}$ fonksiyonları bağlamında yorumlayabilmeniz,
- gerçek sayılarda tanımlı $f(x) = ax$ veya $\mathbb{R} - \{0\}$ da tanımlı $g(x) = \frac{b}{x}$ fonksiyonları ile ifade edilebilen denklem ve eşitsizlik içeren problemleri çözebilmeniz

**beklenmektedir.**

Tema boyunca sizden çalışma kâğıtlarındaki soruları çözmeniz, araştırma ödevini yapmanız, performans görevini yerine getirmeniz, ölçme ve değerlendirme sorularını çözmeniz istenmektedir.

1. Tema
Karekodu

1. Tema
Sunusu



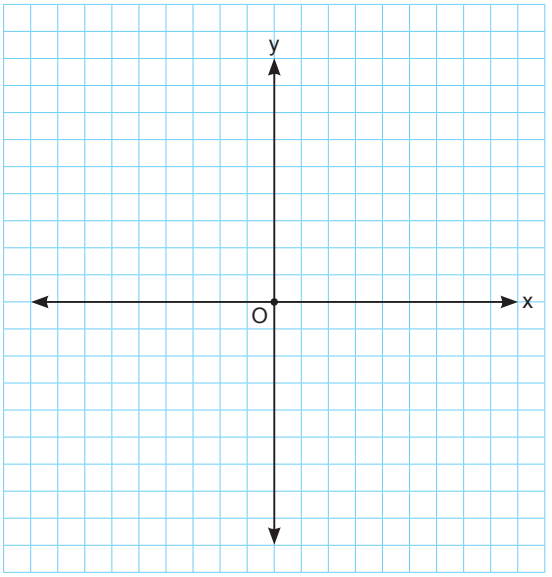

## Başlarken

Niceliklerin doğru ve ters orantılı değişimleri günlük hayatta ve farklı disiplinlerde sıklıkla karşılaşılan matematiksel ilişkiler olup gerçek sayılarda fonksiyon bağlamında ifade edilebilmektedir. Kütle ile hacim, telefon kullanım süresi ile telefon faturası, yakıt tüketimi ile mesafe gibi doğru orantılı değişimler ve hız ile zaman, ışık şiddeti ile uzaklık, suyun akış hızı ile borunun çap uzunluğu gibi ters orantılı değişimler; gerçek sayılarda uygun aralıklarda tanımlı birer fonksiyona karşılık gelmektedir.

## Ön Değerlendirme

*Nicelikler ve Değişimler temasıyla ilgili ön bilgilerinizi ölçmek amacıyla aşağıda verilen soruları cevaplayınız.*

**1.**




Yandaki şekilde dik koordinat sistemi verilmiştir. $O(0,0)$, $A(1,2)$, $B(-2,-4)$, $C(-3,0)$, $D(0,2)$, $E(4,-1)$ ve $F(3,3)$ noktalarıyla ilgili aşağıda verilen soruları cevaplandırınız.

**a) Verilen noktaları dik koordinat sisteminde gösteriniz.**

**b) x eksenine uzaklığı, y eksenine uzaklığının 2 katı olan noktaların hangileri olduğunu bulunuz.**

**c) Hangi üç noktanın aynı doğru üzerinde olduğunu bulunuz.**

**ç) OA ve OE doğrularının eğimini bulunuz.**

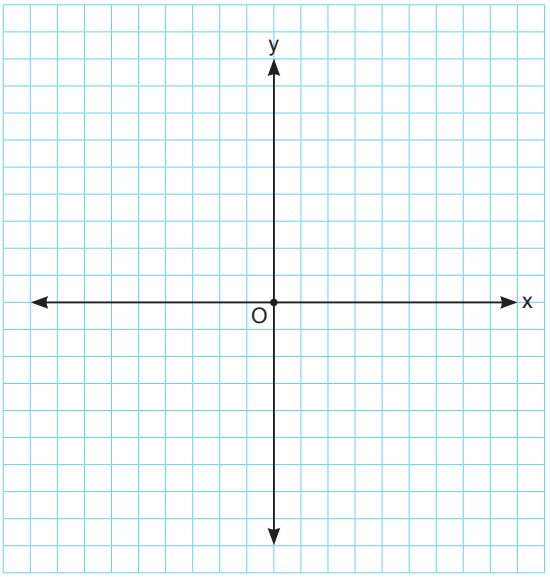
**2.** Bir cihazın çalışma süresine (s) bağlı olarak tükettiği elektrik gücü $(p)$, $p = \frac{3}{2} \cdot s$ denklemiyle verilmiştir.

**Buna göre bu denklemdeki bağımlı ve bağımsız değişkeni bulunuz.**

**3.** Bir dondurmacıda 2 top dondurma 100 TL ve dondurma süsleme malzemelerinin her biri 20 TL'dir.

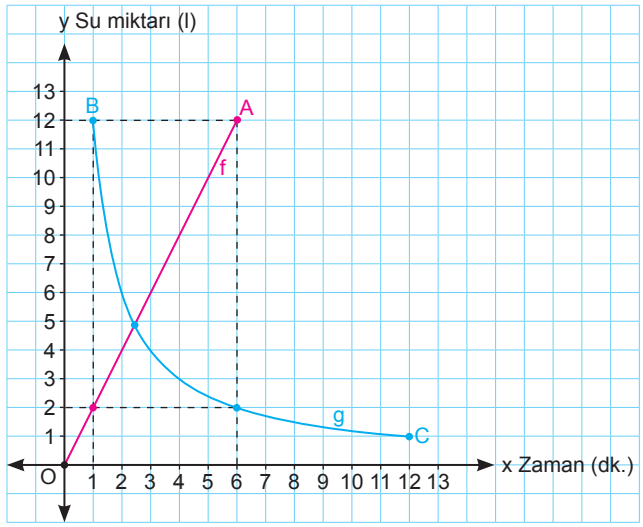
**2 top dondurma almak isteyen ve cebinde 145 TL'si olan İpek'in dondurmasını süslemek için en çok kaç süsleme malzemesi seçebileceğini bulduran eşitsizliği yazınız.**

**4.**




**Gerçek sayılarda $f(x) = -\frac{x}{2}$, $g(x) = -4$, $h(x) = 0$, $\mathbb{R} - \{0\}$ da $u(x) = \frac{1}{x}$ şeklinde tanımlı fonksiyonların grafiğini yanda verilen dik koordinat sisteminde çiziniz.**

**5.** Özdeş olan iki depodan biri suyla dolu, diğeri boştur. İki musluktan biri, dolu olan depoyu boşaltırken diğeri, boş olan depoyu doldurmaktadır. Aşağıdaki şekilde depolardaki su miktarını (l) zamana (dk.) bağlı olarak gösteren f ve g fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.




**Buna göre grafiği verilen fonksiyonlarla ilgili aşağıdaki tabloda boş bırakılan kısımları doldurunuz.**

| Fonksiyonlar / Fonksiyonun Nitel Özellikleri | f | g | Fonksiyonlar / Fonksiyonun Nitel Özellikleri | f | g |
|---|---|---|---|---|---|
| Tanım Kümesi | | | Artan Olduğu Aralıklar | | |
| Görüntü Kümesi | | | Azalan Olduğu Aralıklar | | |
| Sıfırı | | | İşareti | | |
| Maksimum Noktası | | | Bire Birliği | | |
| Minimum Noktası | | | Cebirsel Temsili | | |

# 1.1. NİCELİKLERİN DOĞRU ORANTILI DEĞİŞİMLERİNE KARŞILIK GELEN DOĞRUSAL FONKSİYONLAR



Yanda sabit hızla hareket eden bir araba verilmiştir. Bu arabanın yolculuğun bazı anlarında almış olduğu toplam mesafeleri gösteren tablo aşağıda görülmektedir.

| **Süre (dk.)** | 5 | 10 | 20 | 35 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Yol (km)** | 7,5 | 15 | 30 | 52,5 | 60 |

**Tabloya göre aşağıdaki soruların cevaplarını arkadaşlarınızla tartışınız.**

1. **Arabanın aldığı mesafe ile bu mesafeyi alırken geçen süre arasında nasıl bir ilişki vardır?**

2. **Arabanın aldığı farklı mesafeler ile bu mesafeleri alırken geçen sürelerin birbirine oranları eşit midir?**

3. **Araba gideceği yere iki saatte vardığına göre arabanın toplam kaç km yol aldığı nasıl hesaplanır?**

4. **Arabanın hızı 2 katına çıktığında aynı sürelerde aldığı mesafeler nasıl değişmektedir?**

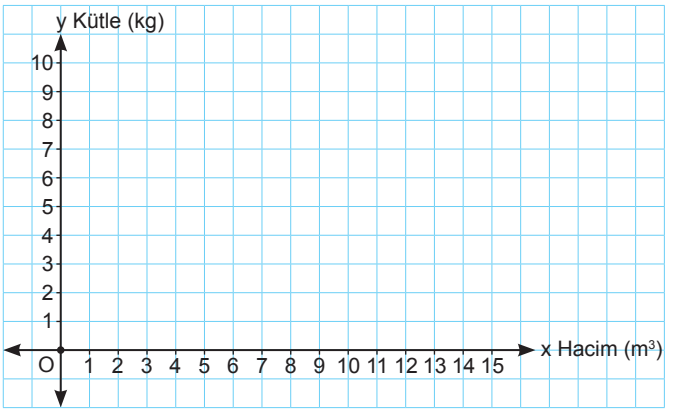
İki değişken arasında bulunan doğrusal ilişki, doğrusal bir fonksiyonla ifade edilir ve doğrusal fonksiyonlar dik koordinat sisteminde doğru ile temsil edilir. Doğrusal fonksiyonların cebirsel ve grafik temsilleri, değişkenler arasındaki doğrusal ilişki hakkında çıkarım yapmaya imkân sağlar.

## 1. UYGULAMA Niceliklerin Doğru Orantılı Değişimlerine Karşılık Gelen Fonksiyonlar

Aşağıdaki tabloda tuğla malzemesine ait hacim ($m^3$) ve kütle (kg) değerleri görülmektedir. Tabloyu inceleyerek soruları cevaplayınız.

| **Hacim ($m^3$)** | 2 | $\frac{5}{2}$ | 3 | $\frac{7}{2}$ | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Kütle (kg)** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 |

1. Tuğla malzemesine ait hacim ve kütle değerlerine karşılık gelen noktaları aşağıdaki dik koordinat sisteminde gösteriniz.



**2.** **a)** Aşağıdaki tabloda tuğla malzemesine ait bazı hacim ve kütle değerleri verilmiştir. Tablodaki boşlukları 1. maddedeki tablo doğrultusunda uygun değerlerle doldurunuz ve bu noktaları dik koordinat sisteminde gösteriniz.

| **Hacim ($m^3$)** | | | 7 | $\frac{15}{2}$ |
|---|---|---|---|---|
| **Kütle (kg)** | 12 | 13 | | |

**b)** Bu noktaların uygulamanın 1. maddesinde dik koordinat sisteminde gösterdiğiniz noktaların doğrultusunda olup olmadığına ilişkin fikirlerinizi açıklayınız.

**c)** Açıklamanızdan hareketle tuğla malzemesine ait farklı hacim ve kütle değerleri arasında nasıl bir ilişki bulunduğunu ifade ediniz.

**3.** Dik koordinat sisteminde her farklı tuğla hacmine karşılık gelen farklı bir kütle değeri olup olmadığına ilişkin fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla tartışınız. Tartışma sonucunda ulaştığınız sonuçlardan yola çıkıp dik koordinat sisteminde belirlediğiniz noktaları kullanarak tuğla malzemesine ait hacim-kütle grafiğini çiziniz. Çizdiğiniz grafiğin hangi geometrik nesneye karşılık geldiğini ifade ediniz.

**4.** Eğim, bir doğrunun herhangi iki noktasındaki dikey değişimin yatay değişime oranıdır. Buna göre çizdiğiniz grafiğin eğimini hesaplayınız.

**5.** Yoğunluk, belirli sıcaklık ve basınç altında birim hacimdeki madde miktarı olarak tanımlanmaktadır. $\left(\text{Yoğunluk} = \text{Kütle}(\text{kg}) \setminus \text{Hacim}(\text{m}^3)\right)$ Buna göre çizdiğiniz grafiği inceleyerek tuğlanın birim hacimdeki kütlesini (yoğunluğunu) bulunuz.

**6.** Tuğla malzemesine ait yoğunluk değeri orantı sabiti olmak üzere tuğlanın kütlesinin hacmine göre değişimini bir fonksiyon olarak ifade ediniz. Elde ettiğiniz fonksiyonun sıfırını bularak işaretini inceleyiniz. Fonksiyonunun artanlığı-azalanlığı ile 4. maddede elde ettiğiniz eğim değeri arasında bir ilişki olup olmadığına ilişkin fikirlerinizi açıklayınız.

**7.** Grafiğin eğimi ile kütle ve hacim nicelikleri arasındaki orantı sabitinin aynı olup olmadığına ilişkin fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

## Zihinde Kalanlar

- Niceliklerin doğru orantılı değişimlerinde değişimi cebirsel olarak temsil eden fonksiyonlar, gerçek sayılarda tanımlı doğrusal fonksiyonlardır.
- $\alpha \in \mathbb{R}-\{0\}$ olmak üzere $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \alpha x$ şeklinde tanımlı bir doğrusal fonksiyonda x li terimin katsayısı olan α, fonksiyonun temsil ettiği doğru orantılı değişimin orantı sabitidir.
- Doğrusal fonksiyonlar dik koordinat sisteminde doğru grafikleriyle temsil edildiği için niceliklerin doğru orantılı değişimlerinde değişimi doğru grafikleri temsil eder.
- $\alpha \in \mathbb{R}-\{0\}$ olmak üzere $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \alpha x$ şeklinde tanımlı bir doğrusal fonksiyonun grafiği, eğimi α olan bir doğrudur. Bu nedenle doğrunun temsil ettiği doğru orantılı değişimin orantı sabiti, doğrunun eğimidir.

## 1. ÖRNEK

Aşağıdaki tabloda tohum olarak ekildiği andan itibaren sabit hızla büyüyen bir bitkinin zamana (ay) bağlı olarak boyu (cm) verilmiştir. Tabloda ay olarak ifade edilen zamana karşılık gelen boy değeri o ayın sonunda bitkinin boyunun kaç cm olduğunu ifade etmektedir.

| **Zaman (ay)** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Bitkinin Boyu (cm)** | $\frac{5}{2}$ | 5 | $\frac{15}{2}$ | 10 | $\frac{25}{2}$ | 15 |

**Bitkinin hasadı 3 yılın (36 ay) sonunda yapılacağına göre**

**a) Bitkinin boyu ile geçen zaman arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.**

**b) Bitkinin ekilmesinden sonraki 48. günde boyunun kaç cm olduğunun hesaplanıp hesaplanamayacağına ilişkin fikirlerinizi açıklayınız. (1 ay 30 gün kabul edilecektir.)**

**c) Bitkinin boyunu zamana bağlı olarak gösteren grafiği dik koordinat sisteminde çiziniz.**

**ç) Oluşturduğunuz grafiğe göre bitkinin boyu ile zaman arasındaki ilişkiyi ifade eden fonksiyonun tanım ve görüntü kümelerini belirleyerek cebirsel ifadesini yazınız. Elde ettiğiniz fonksiyonda x li terimin katsayısı ile bitkinin büyüme hızı arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.**

**d) Bitki ekildikten sonra geçen zaman ve bitkinin boyu arasındaki ilişkiyi elde ettiğiniz fonksiyonun nitel özelliklerini (sıfırı, işareti, artanlığı-azalanlığı) inceleyerek açıklayınız.**

### ÇÖZÜM

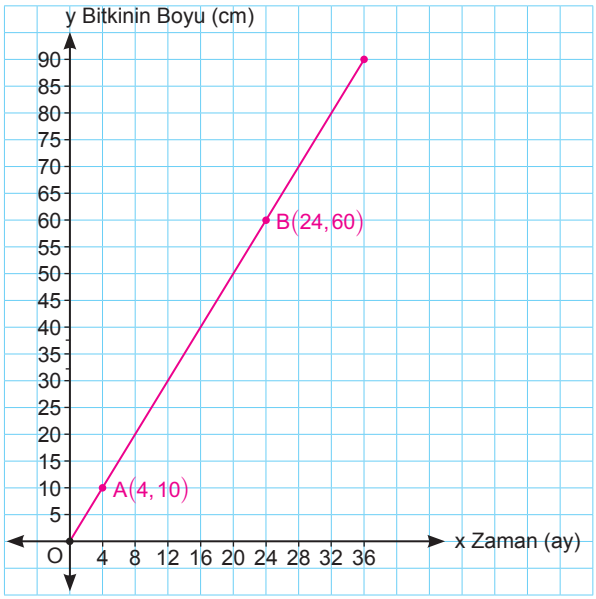
**a)** Tablo incelendiğinde bitkinin boyu ile geçen zamanın birbirine oranı aşağıdaki gibi hesaplanır:

| **Zaman (ay)** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{\text{Bitkinin Boyu (cm)}}{\text{Zaman (ay)}}$ | $\frac{\frac{5}{2}}{1} = \frac{5}{2}$ | $\frac{5}{2}$ | $\frac{\frac{15}{2}}{3} = \frac{5}{2}$ | $\frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ | $\frac{\frac{25}{2}}{5} = \frac{5}{2}$ | $\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$ |

Verilen tüm değerler için bitkinin boyu ile geçen zamanın birbirine oranı sabit ve $\frac{5}{2}$'dir. Bu durum, bitkinin boyu ile zaman arasında doğru orantı ilişkisi olduğunu gösterir. Zaman değişkeni arttıkça bitkinin boyu da sabit bir oranla artmaktadır.

**b)** Bitki tohum olarak ekildikten sonra bir aylık süre içinde yavaş yavaş büyüyerek 1. ayın sonunda 2,5 cm olacaktır. Bitkinin boyu 30 günde 2,5 cm'ye ulaşıyorsa bitki 1 günde $\frac{\frac{5}{2}}{30} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{30} = \frac{1}{12}$ cm uzamaktadır. Bu nedenle bitkinin boyunun ekildikten sonra 48. günde kaç cm olacağı hesaplanabilir.

**c)** Fonksiyonun tanımlı olduğu aralığın bir kısmına ait grafik aşağıdaki gibidir.




**ç)** Bitkinin boyu ile zaman arasındaki doğru orantılı ilişki bir doğrusal fonksiyon belirtir. Bitkinin hasadı 3 yılın (36 ay) sonunda yapıldığından fonksiyonun tanım kümesi $[0,36]$ olur. Bitkinin 3 yılın sonundaki boyu, orantı sabiti kullanılarak $\frac{5}{2} \cdot 36 = 90$ cm olarak hesaplanır. Bu nedenle fonksiyonun görüntü kümesi $[0,90]$ bulunur. Buradan x (ay) zamanı göstermek üzere bitkinin boyunun (cm) zamana bağlı değişimini ifade eden fonksiyon, $f:[0,36] \to [0,90]$, $f(x) = \frac{5}{2} \cdot x$ olarak ifade edilir.

Nicelikler arasındaki orantı sabiti, bitkinin birim zamanda büyüme hızını verir. Elde edilen f fonksiyonunda x li terimin katsayısı olan $\frac{5}{2}$, bitkinin büyüme hızı olan orantı sabitine eşittir.

**d)** $f:[0,36] \to [0,90]$, $f(x) = \frac{5}{2} \cdot x$ şeklinde tanımlı f fonksiyonu için $f(x) = 0$ eşitliğini sağlayan x değeri 0 olduğundan fonksiyonun sıfırı 0'dır. Bu değer, bitkinin toprağa ekildiği anda boyunun sıfır olduğu anlamına gelmektedir.

$\forall x \in (0,36]$ için $f(x) > 0$ olduğundan fonksiyon pozitif işaretlidir. Bu durum, bitkinin boyunun negatif bir değer alamayacağını ifade eder.

$\forall a,b \in [0,36]$ için $a < b$ iken $f(a) < f(b)$ olduğundan f fonksiyonu artandır. Bu durum, zaman ilerledikçe bitkinin boyunun artması anlamına gelmektedir.

**1. Sıra Sizde**

Saatte 70 km sabit hızla yol alan bir araç, 5. saatin sonunda 350 km yol almıştır.

**Buna göre**

**a) Aracın hareket ettiği süre boyunca her bir zaman değerine karşılık gelen bir mesafenin bulunup bulunmadığını açıklayarak yazınız.**

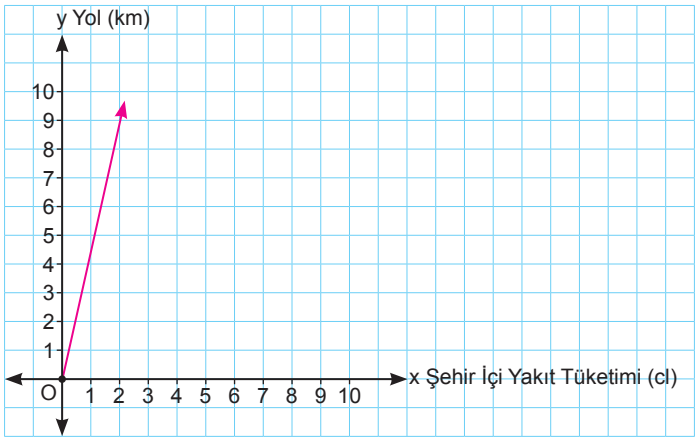
**b) Aracın harekete başladığı andan itibaren zamana (sa.) bağlı aldığı mesafeyi (km) gösteren grafiği çiziniz.**

**c) Aracın zamana bağlı aldığı mesafeyi gösteren fonksiyonunun cebirsel temsilini yazınız.**

**ç) Araç 5 saat sürekli olarak hareket ettiğine göre geçen zaman ile alınan yol arasındaki ilişkiyi ve elde ettiğiniz fonksiyonun nitel özelliklerini (sıfırı, işareti, artanlığı-azalanlığı) inceleyerek açıklayınız.**

## 2. UYGULAMA Niceliklerin Doğru Orantılı Değişimlerine Karşılık Gelen Fonksiyonlar

Bir otomotiv üreticisi piyasaya yeni sürdüğü bir aracın şehir içi yakıt tüketimini diğer araçlarla karşılaştırma imkânı sunması açısından aşağıdaki grafiği tüketicilerin bilgisine sunmuştur. Grafiği inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.




**1.** Verilen grafikten faydalanarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

| **Şehir İçi Yakıt Tüketimi (cl)** | 2 | | 8 | 10 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Yol (km)** | | 27 | | | 54 | 72 |

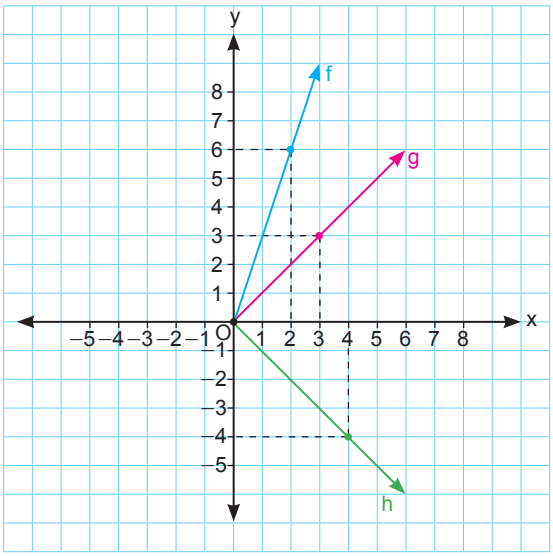
**2.** Kilometre başına düşen şehir içi yakıt tüketimini bulunuz ve grafiğin eğimiyle karşılaştırınız.

**3.** Aracın şehir içi yakıt tüketimini alınan yola bağlı olarak ifade eden fonksiyonun cebirsel temsilini yazınız.

**4.** Otomotiv üreticisinin şehir içi yakıt tüketimi 5,8 cl/km olan bir araç seçeneği daha vardır. Tüketicinin bu iki araçtan hangisini seçmesi daha ekonomiktir?

**5.** Öğretmeninizin rehberliğinde bilgisayar veya etkileşimli tahtada matematik yazılımı kullanarak şehir içi yakıt tüketimi 5,8 cl/km olan aracın yol-şehir içi yakıt tüketimi grafiğini çiziniz. İki aracın yakıt tüketimlerini grafikler üzerinden yorumlayınız. Daha dik bir eğimin ne anlama geldiğini sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

## 2. ÖRNEK




Yandaki dik koordinat sisteminde f, g ve h fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

**Buna göre fonksiyonların**

**a) Grafiklerinin eğimlerini bulunuz.**

**b) Cebirsel temsillerini yazınız.**

**c) Artanlığı-azalanlığını inceleyerek açıklayınız.**

**ç) Grafiklerinin eğimleri ile grafikleri temsil eden fonksiyonların artanlığı-azalanlığı arasındaki ilişkiyi açıklayınız.**

### ÇÖZÜM

**a)** $A(1,3)$ ve $B(2,6)$ noktaları f fonksiyonunu sağlar. Bir doğrunun eğimi, ordinatlar değişiminin apsisler değişimine oranı olduğundan $m_f = \frac{6-3}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$ bulunur.

$C(1,1)$ ve $D(2,2)$, g fonksiyonunu sağlayan noktalardan ikisi olduğundan $m_g = \frac{2-1}{2-1} = \frac{1}{1} = 1$ bulunur.

$E(1,-1)$ ve $F(2,-2)$, h fonksiyonunu sağlayan noktalardan ikisi olduğundan $m_h = \frac{-2-(-1)}{2-1} = \frac{-1}{1} = -1$ bulunur.

**b)** Grafiklerin eğimleri, bu grafikleri temsil eden fonksiyonlarda x'li terimin katsayısıdır. Buna göre; f, g ve h fonksiyonlarının cebirsel temsilleri sırasıyla $f, g, h: [0, \infty) \to \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = 3x$, $g(x) = x$ ve $h(x) = -x$ şeklindedir.

**c)** f ve g fonksiyonlarında bağımsız değişken artarken, bağımlı değişken de arttığı için f ve g fonksiyonları artan, h fonksiyonunda bağımsız değişken artarken bağımlı değişken azaldığı için h fonksiyonu azalandır.

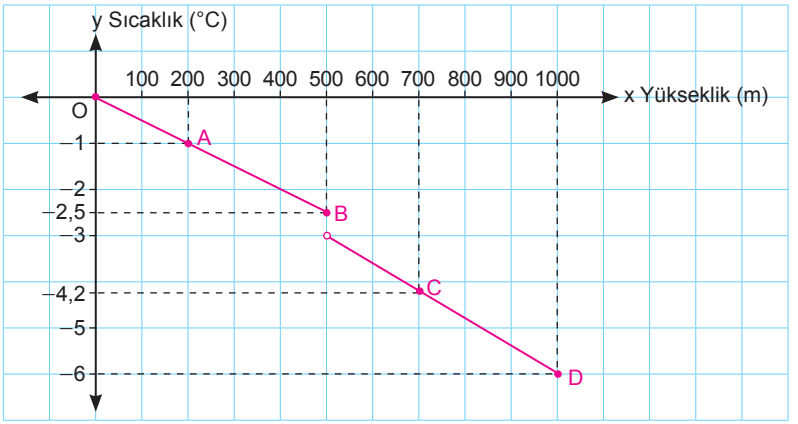
**ç)** f ve g fonksiyonlarının grafiklerinin eğimleri sırasıyla 3 ve 1, h fonksiyonunun grafiğinin eğimi $-1$'dir. f ve g fonksiyonları artan, h fonksiyonu ise azalan fonksiyondur. Artan doğrusal fonksiyonların grafiklerinin eğimleri pozitif, azalan doğrusal fonksiyonların grafiklerinin eğimleri ise negatiftir. Tersine; grafiğinin eğimi pozitif olan doğrusal fonksiyonlar artan, eğimi negatif olanlar ise azalandır.

### Zihinde Kalanlar

- $\alpha \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \alpha x$ şeklinde tanımlı bir doğrusal fonksiyonda $\alpha > 0$ ise f **artan**, $\alpha < 0$ ise f **azalan** fonksiyondur.
- Bir doğrunun eğimi pozitifse doğrunun temsil ettiği fonksiyon artandır. Eğimi negatif olan doğrunun temsil ettiği fonksiyon azalandır. Tersine; artan doğrusal fonksiyonu temsil eden doğrunun eğimi pozitif, azalan doğrusal fonksiyonu temsil eden doğrunun eğimi negatiftir.

## 3. ÖRNEK

Aşağıdaki grafikte 1000 metreye kadar olan yükseklik için başlangıçta 0 °C olan hava sıcaklığının değişimi verilmiştir.




**Buna göre**

**a) Hava sıcaklığı ile yükseklik arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? Sıcaklık 1000 m boyunca aynı hızla mı azalmaktadır? Açıklayınız.**

**b) Grafikte verilen A, B, C ve D noktalarını kullanarak AB ve CD doğru parçalarının eğimlerini hesaplayınız. Sıcaklığın yüksekliğe bağlı değişim oranını bu eğim değerleriyle ilişkilendirerek açıklayınız.**

**c) Sıcaklığın yüksekliğe bağlı değişimini ifade eden fonksiyonun cebirsel ifadesini yazınız. Doğru parçalarının eğimleriyle fonksiyonun cebirsel ifadesinin katsayıları arasındaki ilişkiyi açıklayınız.**

**ç) 400 m ve 800 m yüksekliklerdeki hava sıcaklığını bulunuz.**

**d) Elde ettiğiniz fonksiyonun sıfırını ve işaretini belirleyiniz. Hava sıcaklığının yüksekliğe bağlı değişimi ile fonksiyonun sıfırı ve işareti arasındaki ilişkiyi açıklayınız.**

**e) Elde ettiğiniz fonksiyonun artanlığı-azalanlığını inceleyiniz. Fonksiyonun artanlığı-azalanlığı ile grafiği temsil eden doğru parçalarının eğimleri arasındaki ilişkileri açıklayınız.**

## ÇÖZÜM

**a)** Grafik incelendiğinde yükseklik arttıkça hava sıcaklığı orantılı olarak azalmaktadır. Hava sıcaklığı 0-500 m ve 500-1000 m arası yüksekliklerde farklı oranlarla doğrusal olarak azalmaktadır. Hava sıcaklığı 200 m yükseklikte $-1$ °C, 500 m yükseklikte ise $-2,5$ °C'tur. Sıcaklık, 200 m ile 500 m arasındaki 300 metrelik mesafede 1,5 °C düşmüştür. Ancak 700 m yükseklikte sıcaklık değeri $-4,2$ °C iken 1000 m yükseklikte sıcaklık $-6$ °C'tur. 700 m ile 1000 m arasındaki 300 metrelik mesafede ise sıcaklık 1,8 °C düşmüştür. Hava sıcaklığı, aynı yükseklik değişimlerinde farklı değerlerde azalmıştır. Bu nedenle sıcaklık 1000 m boyunca aynı hızda azalmamıştır.

**b)** $A(200, -1)$ ve $B(500, -2,5)$ olduğundan A ve B noktalarından geçen doğru parçasının eğimi

$$m_{AB} = \frac{(-2,5)-(-1)}{500-200} = \frac{-1,5}{300} = \frac{-15}{3000} = -0,005 \text{ bulunur.}$$

Benzer şekilde $C(700, -4,2)$ ve $D(1000, -6)$ noktalarından geçen doğru parçasının eğimi

$$m_{CD} = \frac{(-6)-(-4,2)}{1000-700} = \frac{-1,8}{300} = \frac{-18}{3000} = -0,006 \text{ hesaplanır.}$$

Eğim değerlerinin negatif olması, sıcaklığın azaldığını ifade eder. Eğim değerleri olan $-0,005$ ve $-0,006$ hava sıcaklığının 0-500 m aralığında her metrede 0,005 °C, 500-1000 m aralığında ise her metrede 0,006 °C azaldığı anlamında gelmektedir. Eğim değerlerinin mutlak değeri, verilen aralıklarda sıcaklığın birim mesafede düşme hızına karşılık gelir. $|-0,005| < |-0,006|$ olduğuna göre hava sıcaklığı 500-1000 m aralığında daha hızlı düşmüştür.

**c)** Sıcaklığın 0-1000 m arası değişimi incelendiğinden fonksiyonun tanım kümesi $[0, 1000]$ olur. Başlangıç konumunda sıcaklık 0 °C, 1000 metre yükseklikte ise $-6$ °C olduğundan fonksiyonun görüntü kümesi $[-6, 0]$ dır.

Sıcaklık 0-500 m ve 500-1000 m arasında farklı hızlarla düştüğünden sıcaklığın yüksekliğe bağlı olarak değişiminin cebirsel ifadesi, fonksiyonların parçalı gösterimi kullanılarak yazılabilir. Buradan x (m) yüksekliği göstermek üzere hava sıcaklığını (°C) yüksekliğe (m) bağlı olarak ifade eden fonksiyon; $f:[0, 1000] \to [-6, 0]$, $f(x) = \begin{cases} -0,005x, & 0 \le x \le 500 \\ -0,006x, & 500 < x \le 1000 \end{cases}$ olarak ifade edilir.

$[0, 500]$ ve $[500, 1000]$ nda çizilen doğru parçalarının eğimleri sırasıyla $-0,005$ ve $-0,006$'dır. Bu eğim değerleri, f fonksiyonunun x li terimlerinin katsayılarıdır.

**ç)** $400 \in [0, 500]$ olduğundan $f(400) = -0,005 \cdot 400 = -2$ olur. 400 m yükseklikte hava sıcaklığı $-2$ °C'tur. $800 \in (500, 1000]$ olduğundan $f(800) = -0,006 \cdot 800 = -4,8$ olur. Dolayısıyla 800 m yükseklikte hava sıcaklığı $-4,8$ °C bulunur.

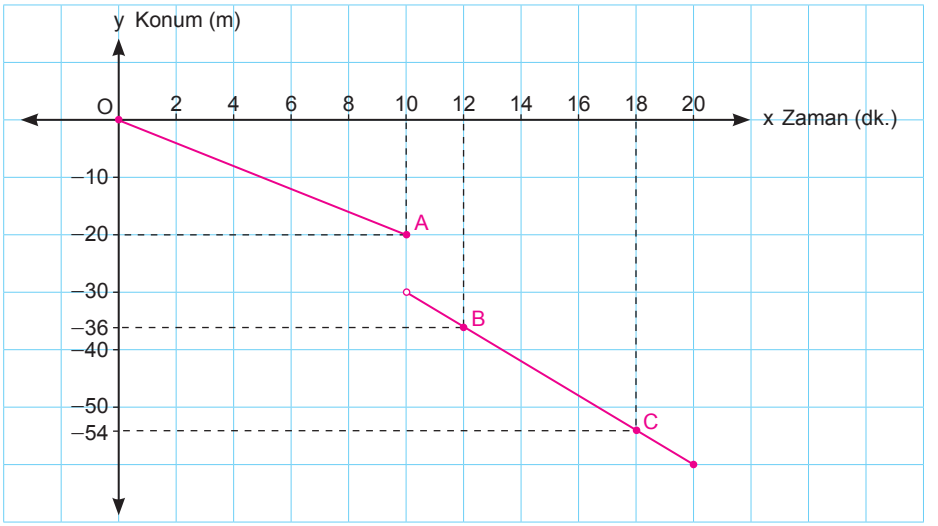
**d)** Gerçek sayılarda tanımlı bir f fonksiyonunun sıfırı $f(x) = 0$ eşitliğini sağlayan x değeridir. $f:[0, 1000] \to [-6, 0]$, $f(x) = \begin{cases} -0,005x, & 0 \le x \le 500 \\ -0,006x, & 500 < x \le 1000 \end{cases}$ fonksiyonu için $f(x) = 0$ eşitliğini sağlayan x değeri 0 olduğundan fonksiyonun sıfırı 0'dır. Bu durum başlangıç konumunda (0 m) hava sıcaklığının 0 °C olduğu anlamına gelmektedir.

$\forall x \in (0, 1000]$ için $f(x) < 0$ olduğundan fonksiyon negatif işaretlidir. Bu durum hava sıcaklığının 1000 metreye kadar olan yüksekliklerde daima negatif değerler aldığı anlamına gelmektedir.

**e)** $\forall a, b \in [0, 1000]$ için $a > b$ iken $f(a) < f(b)$ olduğundan f fonksiyonu azalan fonksiyondur. Bu durum yükseklik arttıkça hava sıcaklığının azaldığı anlamına gelmektedir. Fonksiyonun grafik temsilindeki doğru parçalarının eğimlerinin negatif olması, sıcaklığın 1000 m boyunca azaldığını ifade ettiğine göre doğru parçalarının eğimlerinin negatif olması, fonksiyonun azalan fonksiyon olduğu anlamına gelmektedir. Ayrıca f fonksiyonunun grafik temsilindeki doğru parçalarının eğimleri $[0, 500]$ nda $-0,005$, $(500, 1000]$ nda $-0,006$ ve $|-0,005| < |-0,006|$ olduğundan $(500, 1000]$ nda f fonksiyonu daha hızlı azalır. Bu durum, yüksekliğin 500-1000 m aralığında olması durumunda hava sıcaklığının daha hızlı düşeceği anlamına gelmektedir.

## 2. Sıra Sizde

Su sondaj makineleri, su kuyusu açmak için kullanılır. Aşağıda bir su sondaj makinesinin matkap ucunun yer düzlemine göre ulaştığı derinliğin zamana (dk.) bağlı konumunu (m) gösteren grafik verilmiştir. (Makinenin matkap ucunun yer düzlemine göre konumu grafikte negatif sayılarla ifade edilmiştir.)




**Buna göre**

**a) Suya 20. dakikada ulaşıldığına göre zeminden kaç metre derinliğe inildiğini bulunuz.**

**b) Sondaj makinesinin matkap ucu, delme işlemini yumuşak zeminde sert zemine kıyasla daha hızlı yaptığına göre zemin yapısının kaçıncı metrede değiştiğini ve hangi zaman aralığında sert zeminde çalışıldığını bulunuz.**

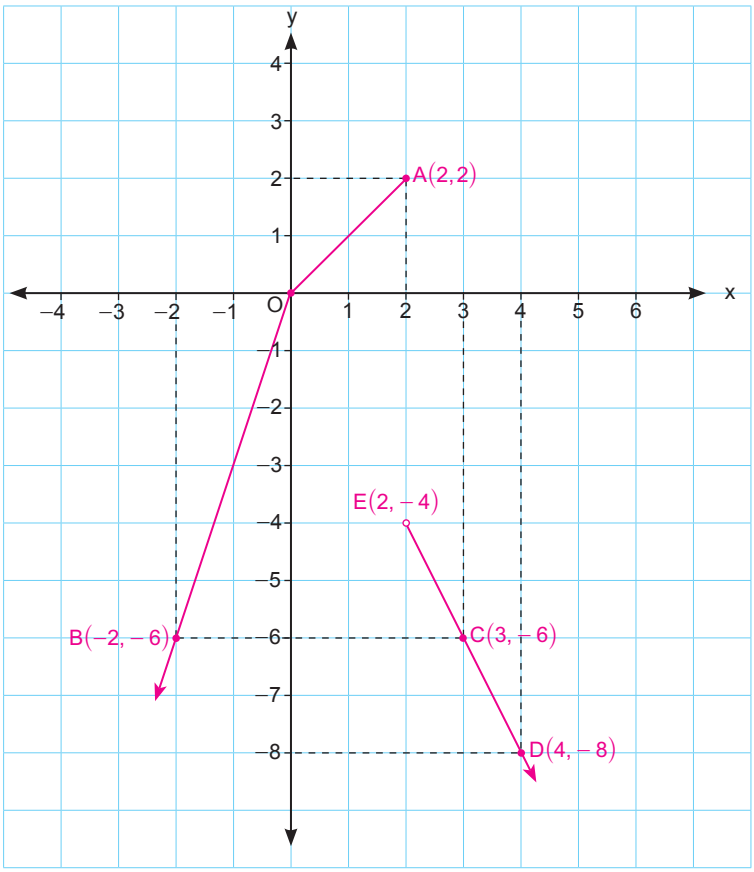
**c) Zeminin sertliği ile grafikteki doğru parçalarının eğimleri arasındaki ilişkiyi açıklayınız.**

**ç) Grafikten yararlanarak matkap ucunun zamana bağlı olarak ulaştığı konumu ifade eden f fonksiyonunun cebirsel temsilini yazınız.**

## 4. ÖRNEK

Gerçek sayılarda $f(x) = \begin{cases} 3x, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 2 \\ -2x, & x > 2 \end{cases}$ şeklinde tanımlı fonksiyonun grafiğini dik koordinat sisteminde çiziniz.

### ÇÖZÜM




Gerçek sayılarda tanımlı f, parçalı bir fonksiyondur. Fonksiyonun tanım kümesi $x \leq 0$, $0 < x \leq 2$ ve $x > 2$ olacak şekilde parçalı olduğundan fonksiyonun grafiği de bu aralıklar dikkate alınarak oluşturulur.

$x \leq 0$ için grafik $y = 3x$ doğrusu üzerindedir. $x = 0$ için $y = 3 \cdot 0 = 0$ ve $x = -2$ için $y = 3 \cdot (-2) = -6$ elde edilir. Grafik, $O(0,0)$ ve $B(-2,-6)$ noktalarından geçer.

$0 < x \leq 2$ için grafik $y = x$ doğrusu üzerindedir. $x = 0$ için $y = 0$ ve $x = 2$ için $y = 2$ elde edilir. $O(0,0)$ noktası açık olarak gösterilmek üzere grafik, $O(0,0)$ ve $A(2,2)$ noktalarından geçer. Parçalı fonksiyonun $y = 3x$ doğrusu üzerinde olan kısmı $O(0,0)$ noktasını sağladığı için çizimde $O(0,0)$ noktası grafiğe dâhil görünmektedir.

$x > 2$ için grafik $y = -2x$ doğrusu üzerindedir. $x = 2$ için $y = -2 \cdot 2 = -4$ ve $x = 3$ için $y = -2 \cdot 3 = -6$ elde edilir. $E(2,-4)$ noktası açık olarak gösterilmek üzere grafik $E(2,-4)$ ve $C(3,-6)$ noktalarından geçer.

## 3. Sıra Sizde

Gerçek sayılarda $f(x) = \begin{cases} 4x, & x \geq 1 \\ -2x, & x < 1 \end{cases}$ şeklinde tanımlı f fonksiyonu verilmiştir.

**Buna göre**

**a) Fonksiyonun grafiğini çiziniz.**

**b) Fonksiyonun sıfırını ve işaretini bulunuz.**

**c) Fonksiyonun artan-azalan olduğu aralıkları belirleyiniz.**

**ç) Fonksiyonun belirttiği grafik temsillerinin eğimleri ile fonksiyonun artan-azalan olduğu aralıklar arasındaki ilişkiyi açıklayınız.**

## 5. ÖRNEK

Atık kâğıtların geri dönüşümü; kâğıt üretimi için ağaçların kesilmesini önlediği gibi geri dönüşümle gerçekleştirilen üretim, enerji ve su tasarrufu sağlayarak ülke ekonomisine de katkı sunmaktadır. Hakan Bey, defter üretimi yapan tesisinde atık kâğıtları geri dönüştürerek ham madde elde etmektedir. Hakan Bey, aldığı siparişleri teslim etme süresine (gün) bağlı olarak da tesisinin geri dönüştüreceği günlük atık kâğıt miktarını (ton) belirlemektedir. Tesiste sipariş en geç 60 günde teslim edilecekse günde 2 ton, 60 gün ile 120 gün arasında teslim edilecekse 3 ton kâğıt geri dönüştürülmektir.

**Buna göre**

**a) Geri dönüşüm tesisinde dönüştürülen atık kâğıt miktarı ile teslim süresi arasındaki ilişkiyi açıklayarak aşağıdaki tablodaki boşlukları uygun değerlerle doldurunuz.**

| **Zaman (gün)** | 10 | | 40 | 60 | | | 80 | | 120 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Atık Kâğıt Miktarı (ton)** | | 42 | | | 210 | 216 | | 270 | |

**b) Elde ettiğiniz tabloyu kullanarak geri dönüşüm tesisinde dönüştürülen atık kâğıt miktarının teslim süresine bağlı grafiğini dik koordinat sisteminde çizerek açıklayınız.**

**c) Oluşturduğunuz grafikten hareketle dönüştürülen atık kâğıt miktarı ile teslim süresi arasındaki ilişkinin cebirsel olarak nasıl ifade edilebileceğini açıklayarak bu ilişkiyi fonksiyon olarak ifade ediniz.**

**ç) Elde ettiğiniz fonksiyonda bağımsız değişkenin katsayıları ile tesisin kapasitesi arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.**

**d) Elde ettiğiniz fonksiyonun artanlığı-azalanlığını inceleyerek açıklayınız.**

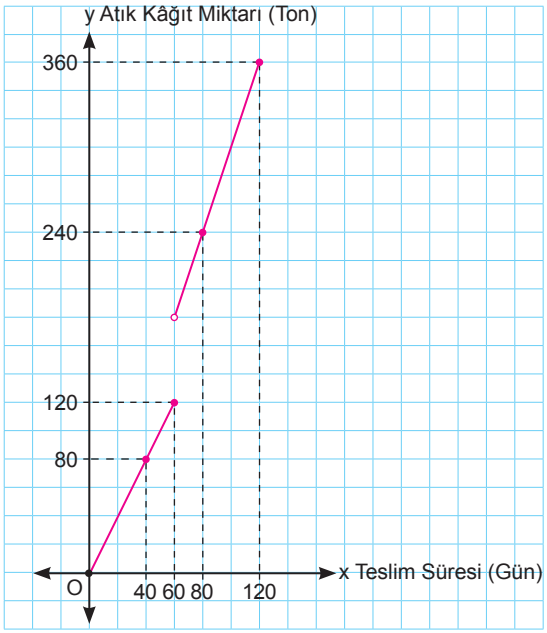
## ÇÖZÜM

**a)** Verilen tabloya göre tesiste geri dönüştürülen atık kâğıt miktarı geçen zamana bağlı olarak orantılı şekilde artmaktadır. Nicelikler arasında teslim süresi 60 gün ve daha az olan siparişler için orantı sabiti 2, 60 gün ile 120 gün arasında olan siparişler için de orantı sabiti 3 olan bir doğru orantı ilişkisi vardır. Orantı sabitleri tesisin birim zamandaki çalışma kapasitesine karşılık gelir. Tesiste teslim süresi 60 gün ve daha az olan siparişler için günde 2 ton kâğıdın geri dönüşümü sağlandığından 10. günde $10 \cdot 2 = 20$ ton, 40. günde $40 \cdot 2 = 80$ ton, 60. günde $60 \cdot 2 = 120$ ton kâğıt dönüştürülmüş olacaktır. 42 ton kâğıt ise $\frac{42}{2} = 21$ günün sonunda dönüştürülmüş olur. Teslim süresi 60 günden fazla olan siparişler için, günde 3 ton kâğıdın geri dönüşümü sağlandığından 80. günde $80 \cdot 3 = 240$ ton, 120. günde $120 \cdot 3 = 360$ ton kâğıt geri dönüştürülmüş olur. 210 ton kâğıt $\frac{210}{3} = 70$, 216 ton kâğıt $\frac{216}{3} = 72$, 270 ton kâğıt $\frac{270}{3} = 90$ günde geri dönüştürülür.

| **Teslim Süresi (gün)** | 10 | 21 | 40 | 60 | 70 | 72 | 80 | 90 | 120 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Atık Kâğıt Miktarı (ton)** | 20 | 42 | 80 | 120 | 210 | 216 | 240 | 270 | 360 |

**b)** Tablodan elde edilen verilerden bazıları kullanılırsa geri dönüşüm tesisinde dönüştürülen atık kâğıt miktarı ile teslim süresi arasındaki doğrusal ilişki yandaki grafikle ifade edilir.

Tesisin teslim süresi 60 gün ve daha az olan siparişler için çalışma kapasitesi 2 ton/gün, 60 gün ile 120 gün arasında olan siparişler için de çalışma kapasitesi 3 ton/gün olduğundan grafiklerin eğimleri $0 \leq x \leq 60$ için 2 ve $60 < x \leq 120$ için 3'tür.




**c)** Tesisin çalışma kapasitesine karşılık gelen orantı sabitleri veya fonksiyonun grafik temsillerinin eğimleri farklı olduğundan fonksiyonun cebirsel temsili parçalı fonksiyondur. Tesisin aldığı siparişleri teslim süresi 120 günle sınırlı olduğundan fonksiyonun tanım kümesi $[0, 120]$ olur. 120 günde teslim edilecek sipariş için tesiste dönüştürülen kâğıt miktarı 360 ton olduğundan fonksiyonun görüntü kümesi $[0, 360]$ dır. Buradan x teslim süresini göstermek üzere dönüştürülen atık kâğıt miktarını teslim süresine bağlı olarak ifade eden fonksiyon

$f:[0,120] \to [0,360], f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 60 \\ 3x, & 60 < x \leq 120 \end{cases}$ olarak ifade edilir.

**ç)** Elde edilen f fonksiyonunda x li terimlerin katsayıları olan 2 ve 3, belirlenen aralıklarda tesisin birim zamandaki çalışma kapasitelerine karşılık gelen orantı sabitleridir.

**d)** $\forall a, b \in [0,120]$ için $a < b$ iken $f(a) < f(b)$ olduğundan f fonksiyonu artandır. Fonksiyonun grafik temsilinde $[0,60]$ ndaki eğimi 2, $(60,120]$ ndaki eğimi 3'tür. $3 > 2$ olduğundan $(60,120]$ nda f daha hızlı artar. Bu durum, 60 ile 120 gün arasında dönüştürülen atık kâğıt miktarının en geç 60 günde dönüştürülen miktara kıyasla daha fazla olacağı anlamına gelir.

## 4. Sıra Sizde

GSM hizmeti sunan A ve B şirketleri aylık 600 dk. ya kadar olan konuşma süresi için dakika başına farklı ücret tarifeleri uygulamaktadır. A şirketi, müşterinin konuşma süresi 250. dk. dâhil olmak üzere 250 dk.'ya kadar dakikasını 0,7 TL; 250 dk. ile 600 dk. arası ise dakikasını 0,6 TL'den faturalandırmaktadır. B şirketi ise müşterinin 0-600 dk. arası konuşma süresini dakikası 0,65 TL'den ücretlendirmektedir.

**Buna göre**

**a) Şirketlerin ücretlendirme tarifelerine göre müşterinin ödeyeceği ücret ile konuşma süresi arasında nasıl bir ilişki vardır?**

**b) A ve B şirketinin hizmetini kullanan müşterilerin konuşma süresine bağlı olarak ödeyecekleri ücreti aşağıda verilen tablodaki boşluklara yazınız.**

| Konuşma Süresi (dk.) | 100 | 200 | 250 | 300 | 360 | 500 | 540 | 600 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A Şirketine Ödenecek Ücret (TL) | | | | | | | | |
| B Şirketine Ödenecek Ücret (TL) | | | | | | | | |

**c) Elde ettiğiniz tablodaki değerleri kullanarak A ve B şirketlerine ödenecek ücretin konuşma süresine bağlı grafik temsillerini dik koordinat sisteminde çizerek açıklayınız.**

**ç) Çizdiğiniz grafik temsillerinden faydalanarak A ve B şirketleri için konuşma süresi ile ödenecek ücret arasındaki ilişkiyi gösteren fonksiyonların cebirsel temsillerini yazınız.**

**d) Aylık konuşma süresi 150 dk. ve 480 dk. olan iki müşterinin ödeyecekleri ücretleri her iki şirket için ayrı ayrı hesaplayınız. Müşterilerin hangi şirketi seçmesinin daha ekonomik olacağını yazınız.**

**e) Fonksiyon grafiklerini kullanarak hangi şirketi seçmenin daha ekonomik olacağını konuşma süresine bağlı olarak açıklayınız. Fonksiyonları temsil eden grafiklerin eğimleri ile ekonomik olan şirketi seçebilme arasındaki ilişkiyi ifade ediniz.**

**Zihinde Kalanlar**

- $\alpha \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \alpha x$ şeklinde tanımlı bir doğrusal fonksiyonda $f(x) = 0$ eşitliği $x = 0$ için sağlandığından **fonksiyonun sıfırı** 0'dır.
- $\alpha \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \alpha x$ şeklinde tanımlı bir doğrusal fonksiyon olmak üzere

  f **artan** bir fonksiyon ise

  $x \in \mathbb{R}^+$ için $f(x) > 0$ olduğundan f nin işareti **pozitiftir.**

  $x \in \mathbb{R}^-$ için $f(x) < 0$ olduğundan f nin işareti **negatiftir.**

  f **azalan** bir fonksiyon ise

  $x \in \mathbb{R}^+$ için $f(x) < 0$ olduğundan f nin işareti **negatiftir.**

  $x \in \mathbb{R}^-$ için $f(x) > 0$ olduğundan f nin işareti **pozitiftir.**

## Çalışma Kâğıdı

Aşağıdaki doğrusal fonksiyonlarla ilgili soruları cevaplayınız.

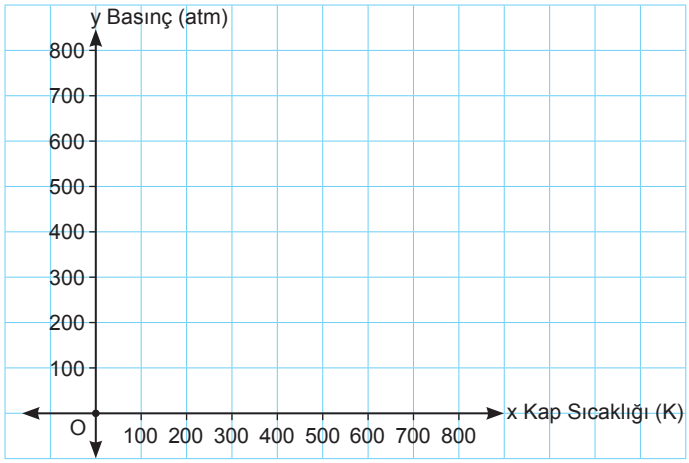
**1.** Sabit hacimli bir kapta 0,5 atmosfer (atm) basınç, 100 Kelvin (K) sıcaklıkta oksijen gazı bulunmaktadır. Kaptaki gazın sıcaklığının 100 K artırılmasıyla basınç da 0,5 atm artmaktadır.

**Buna göre**

**a) Oksijen gazının farklı sıcaklıklar altındaki basıncına ait bazı değerlerin verildiği aşağıdaki tablodaki boşlukları uygun değerlerle doldurunuz.**

| **Sıcaklık (K)** | 100 | 200 | | 400 | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Basınç (atm)** | 0,5 | | 1,5 | | 2,5 |

**b) Tablodan yararlanarak farklı sıcaklıklar altındaki oksijen gazının basınç değerlerini dik koordinat sisteminde gösteriniz.**

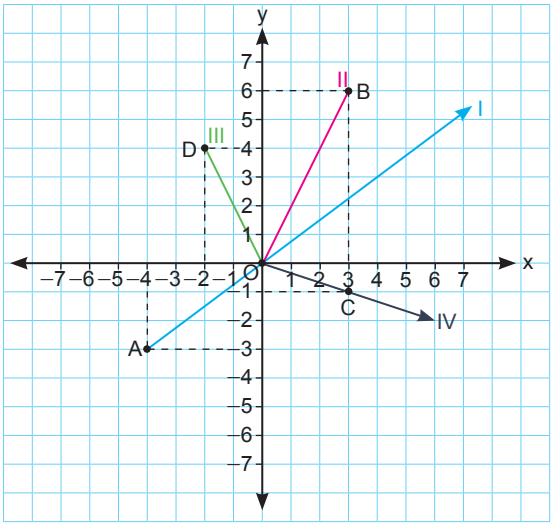



**c) Dik koordinat sisteminde gösterdiğiniz noktalardan yola çıkarak oksijen gazının farklı sıcaklıkları ile basıncı arasındaki ilişkiyi açıklayarak bu ilişkiyi ifade eden grafiği b maddesinde verilen dik koordinat sisteminde çiziniz.**

**ç) Oksijen gazının farklı sıcaklıklardaki basıncını ifade eden fonksiyonun cebirsel temsilini yazınız.**

**d) Oksijen gazının sıcaklığı 750 K'e çıkarıldığında basıncın kaç atm olacağını bulunuz.**

**2.**




Yandaki dik koordinat sisteminde A, B, C, D noktaları ve numaralarla gösterilmiş gerçek sayılarda tanımlı doğrusal fonksiyonların grafikleri verilmiştir.

**Buna göre**

**a) Hangi fonksiyonların artan ya da azalan olduğunu bulunuz.**

**b) Fonksiyonların tanım ve görüntü kümelerini bulunuz.**

**c) Fonksiyonların işaretlerini bulunuz.**

**ç) $\alpha \in \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = \alpha \cdot x$ şeklinde tanımlı doğrusal f fonksiyonu verilmiştir. $\alpha > 0$ ve $\alpha < 0$ iken kaç numaralı grafiklerin f fonksiyonuna ait olabileceğini bulunuz.**

**d) Grafiklerle temsil edilen fonksiyonları cebirsel olarak ifade ediniz.**

***Değerlendirme:*** *Çalışma kâğıdınız yandaki karekodda verilen Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı'yla öğretmeniniz tarafından değerlendirilecektir.*

*Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı*

## Alıştırmalar I

**1. Aşağıda verilen gerçek sayılarda tanımlı f, g ve h fonksiyonlarının temsil ettiği grafiklerin eğimlerini bulunuz.**

**a)** $f(x) = 3x$

**b)** $g(x) = \frac{-2x}{5}$

**c)** $2h(x) = 4,2x$

**2.** Sabit ısıda pişirilen bir yemeğin pişme süresi t (dakika) ile yemekten buharlaşan su miktarı s (mililitre) arasında $3s = 2t$ bağıntısı vardır.

**Buna göre yemeği pişirme süresi ile buharlaşan su miktarı arasında hangi orantı ilişkisi olduğunu ve orantı sabitini bulunuz.**

**3.** Neşe; farklı zamanlarda yaptığı künefelerin şerbetini ilk seferde 4 bardak şekere 6 bardak, ikinci seferde 5 bardak şekere 7,5 bardak, üçüncü seferde ise 7 bardak şekere 10,5 bardak su ekleyerek yapmıştır. Bir bardak, 100 ml su ya da 100 g şeker ile dolmaktadır.

**Buna göre**

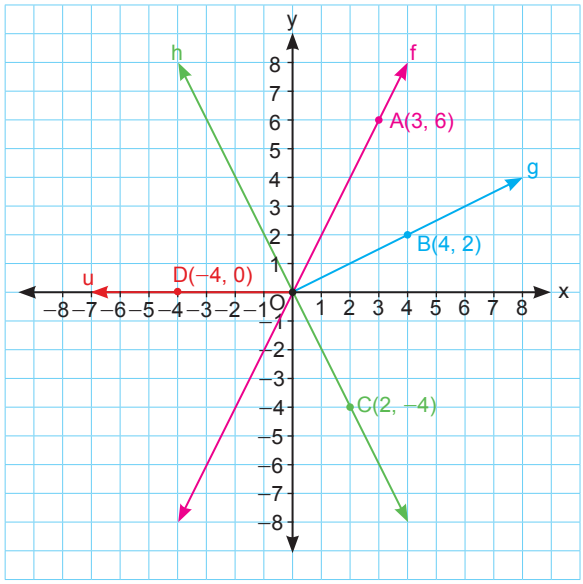
**a) Neşe, şerbeti belli bir tarifin su-şeker oranına göre mi yapmıştır yoksa şeker ve su miktarını göz kararı mı belirlemektedir? Açıklayınız.**

**b) Şerbetteki su-şeker miktarını gösteren aşağıdaki tabloda boş bırakılan kısımları doldurunuz.**

| **Su (ml)** | 30 | | 75 | |
|---|---|---|---|---|
| **Şeker (g)** | | 30 | | 100 |

**c) Şerbetteki şeker miktarına (g) bağlı su miktarını (ml) gösteren grafiği çiziniz.**

**4.** Aşağıdaki dik koordinat sisteminde $O(0,0)$ dan geçen f, g, h ve u fonksiyonlarının grafik temsilleri ve temsillerin üzerinde bazı noktalar verilmiştir.




**Buna göre**

**a) Grafik temsili verilen fonksiyonlarla ilgili aşağıda verilen tabloyu doldurunuz.**

| Fonksiyonlar / Fonksiyonun Nitel Özellikleri | f | g | h | u |
|---|---|---|---|---|
| Tanım Kümesi | | | | |
| Artanlığı-Azalanlığı | | | | |
| İşareti | | | | |
| Sıfırı | | | | |
| Eğimi | | | | |
| Cebirsel Temsili | | | | |

**b) Fonksiyonların temsil ettiği grafiklerin eğimleri arttıkça artanlığı-azalanlığına bağlı olarak sıfırları ve işaretleri nasıl değişmektedir? Açıklayınız.**

**5.** Aşağıdaki tabloda sabit hızla yürümeye başlayan Ali'nin duraksamadan yürüme süresine (sn.) bağlı olarak okuluna olan uzaklığı (m) verilmiştir.

| **Ali'nin Okula Yürüme Süresi (sn.)** | 20 | 28 | 36 |
|---|---|---|---|
| **Ali'nin Okula Uzaklığı (m)** | 35 | 49 | 63 |

**Buna göre**

**a) Ali'nin okula kaç m uzaklıktan yürümeye başladığını bulunuz.**

**b) Ali'nin okuldan 210 m uzaklığa kaç sn. sonra ulaştığını bulunuz.**

**c) Ali'nin $[0, 40]$'nda yürüme süresine (sn.) bağlı olarak okula uzaklığını (m) gösteren grafiği çiziniz.**

**ç) Ali'nin hızının kaç m/sn. olduğunu bulunuz.**

**6.** Sabit hızla hareket eden bir sıcak hava balonu, kalkıştan itibaren her 4 sn. de 3 m yüksekliğe çıkmaktadır.

**Balon en fazla 150 m yüksekliğe çıkabildiğine göre**

**a) Balonun 45 m yüksekliğe kaç sn. sonra çıkacağını bulunuz.**

**b) Balonun hareket ettiği süreye bağlı olarak çıktığı yüksekliği veren fonksiyonunun cebirsel temsilini yazınız ve grafiğini çiziniz.**

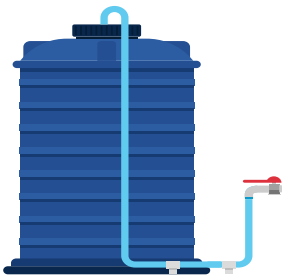
**c) Balonun hareket ettiği süre ile çıktığı yükseklik arasında hangi orantı ilişkisi olduğunu ifade ederek orantı sabitini bulunuz.**

**7.** $f: \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 3x, & x < 0 \\ -\frac{1}{2} \cdot x, & x > 0 \end{cases}$ **şeklinde tanımlı f fonksiyonunun grafiğini çizerek sıfırını, işaretini, artan-azalan olduğu aralıkları bulunuz.**

*Ek Alıştırma Soruları*

*Etkileşimli İçerik*

# 1.2. NİCELİKLERİN TERS ORANTILI DEĞİŞİMLERİNE KARŞILIK GELEN RASYONEL FONKSİYONLAR



Yandaki görselde 100 litre hacme sahip boş bir depo bulunmaktadır. Bu depo, sabit debili bir musluktan akan suyla doldurulmaktadır. Musluktan birim zamanda akan su miktarına (litre) göre deponun dolum süresi (dakika) uygun aralıkta tanımlı $f(x) = \frac{100}{x}$ şeklinde tanımlı f fonksiyonuyla hesaplanabilmektedir. Örneğin dakikada 20 litre su akıtan bir musluk, depoyu $f(20) = \frac{100}{20} = 5$ dakikada doldurur.

**Buna göre aşağıdaki soruların cevaplarını arkadaşlarınızla tartışınız.**

**1) Birim zamanda musluktan akan su miktarı arttıkça deponun dolum süresi nasıl değişir?**

**2) Musluktan akan su miktarı ile deponun dolum süresinin çarpımı nasıl değişir?**

**3) Fonksiyon grafiği nasıl çizilir?**

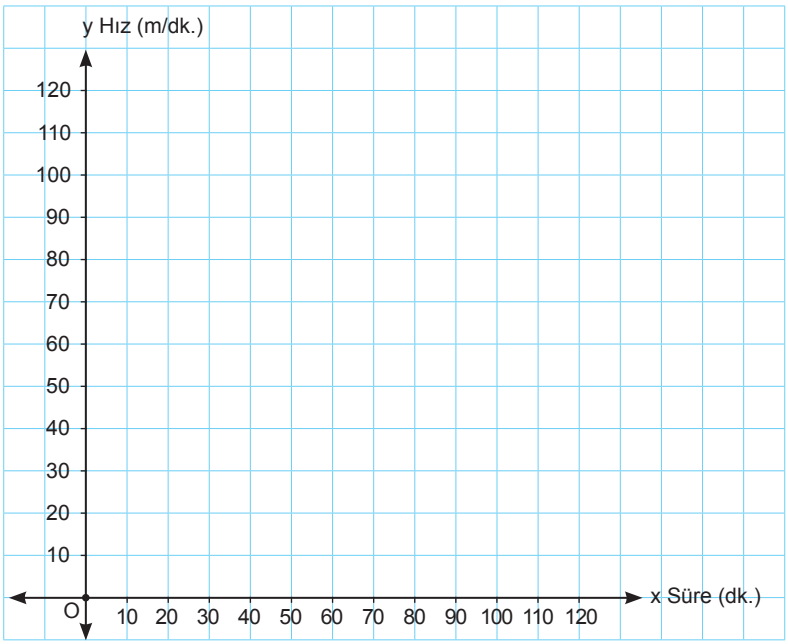
İki değişken arasında bulunan ters orantı ilişkisi bir rasyonel fonksiyonla, rasyonel fonksiyonlar da dik koordinat sisteminde eğriyle temsil edilir. Aralarında ters orantı ilişkisi bulunan değişkenlerin çarpımı sabit bir gerçek sayıdır. Rasyonel fonksiyonların cebirsel ve grafik temsilleri, değişkenler arasındaki ters orantı ilişkisi hakkında çıkarım yapmaya imkân sağlar.

## 3. UYGULAMA Niceliklerin Ters Orantılı Değişimlerine Karşılık Gelen Fonksiyonlar

| Aracın Hızı (m/dk.) | 24 | 48 | 72 | 96 |
|---|---|---|---|---|
| Süre (dk.) | 30 | 15 | 10 | $\frac{15}{2}$ |

Yandaki tabloda bir aracın 24, 48, 72 ve 96 m/dk.lık hızlarına bağlı olarak belli bir mesafeyi alış süreleri (dk.) verilmiştir.
Tabloyu inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

**1.** Tablodaki verilerden hareketle aracın hızı ve bu hızla belli bir mesafeyi alış süresine karşılık gelen noktaları aşağıda verilen dik koordinat sisteminde gösteriniz.



**2.** Aşağıdaki tabloda araca ait bazı hızlar ve bu hızlarla belli bir mesafeyi alış süreleri verilmiştir.

| **Aracın Hızı (m/dk.)** | 9 | | 120 | |
|---|---|---|---|---|
| **Süre (dk.)** | | 60 | | 120 |

**a)** Tablodaki boşlukları 1. maddedeki tablo doğrultusunda doldurunuz ve bu noktaları 1. maddede verilen dik koordinat sisteminde gösteriniz.

**b)** Bu noktaların uygulamanın 1. maddesinde dik koordinat sisteminde gösterdiğiniz noktaların doğrultusunda olup olmadığına ilişkin fikirlerinizi açıklayınız.

**c)** Açıklamanızdan hareketle aracın hızları ve bu hızlarla belli bir mesafeyi aldıkları süre arasında nasıl bir ilişki olduğunu ifade ediniz.

**3.** Dik koordinat sisteminde belirlediğiniz noktaları birleştirmenin mümkün olup olmadığına bir başka deyişle her farklı hız değerine karşılık bir zaman değeri olup olmadığına ilişkin fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla tartışınız. Tartışma sonucunda ulaştığınız sonuçlardan hareketle dik koordinat sisteminde belirlediğiniz noktaları kullanarak araca ait farklı hızlar ve bu hızlarla belli bir mesafeyi alış süresine ait grafiği çiziniz.

**4.** Araca ait farklı hızlar ve bu hızlarla belli bir mesafeyi alış sürelerinin çarpımının eşit olmasının gerekçesi nedir? Açıklayınız.

**5.** Araca ait farklı hızlar ve bu hızlarla belli bir mesafeyi alış sürelerinin çarpımı orantı sabiti olmak üzere aracın hız-zaman değişimini bir fonksiyon olarak ifade ediniz.

**6.** Fonksiyonunun artanlığı-azalanlığına ilişkin fikirlerinizi açıklayınız.

**Zihinde Kalanlar**

- Niceliklerin ters orantılı değişimlerinde değişimi cebirsel olarak temsil eden fonksiyonlar $\mathbb{R}-\{0\}$ kümesinde tanımlı rasyonel fonksiyonlardır.
- $b \in \mathbb{R}-\{0\}$ olmak üzere $g: \mathbb{R}-\{0\} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{b}{x}$ şeklinde tanımlı bir rasyonel fonksiyonda b, fonksiyonun temsil ettiği ters orantılı değişimin orantı sabitidir.

## 6. ÖRNEK

Bir çamaşır makinesinin sıkma programı başlatıldığında makine, 1 dk. süreyle içindeki kıyafetleri tartmakta ve 1. dk.dan itibaren işleme başlamaktadır. Bu program 15 dk. süreyle çalışmaktadır. Aşağıdaki tabloda sıkma programında kıyafetlerin sudan arınma durumunun (desilitre) zamana (dakika) bağlı değişimi verilmiştir.

| **Zaman (dk.)** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Kıyafetlerin Sudan Arınma Durumu (dl)** | 180 | 90 | 60 | 45 | 36 | 30 |

**Buna göre**

**a) Kıyafetlerin sudan arınma durumu ile zaman arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.**

**b) a maddesindeki açıklamanızdan yola çıkarak kıyafetlerin 12. dakikada ne kadar sudan arındığının hesaplanıp hesaplanamayacağına ilişkin fikirlerinizi açıklayınız.**

**c) b maddesindeki açıklamanızı ve verilen tabloyu kullanarak kıyafetlerin sudan arınma durumunu zamana bağlı olarak gösteren grafiği dik koordinat sisteminde çizerek açıklayınız.**

**ç) Oluşturduğunuz grafikten faydalanarak kıyafetlerin sudan arınma durumu ile zaman arasındaki ilişkiyi fonksiyon olarak ifade ediniz. Elde ettiğiniz fonksiyonda bağımsız değişken ile bağımlı değişken arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.**

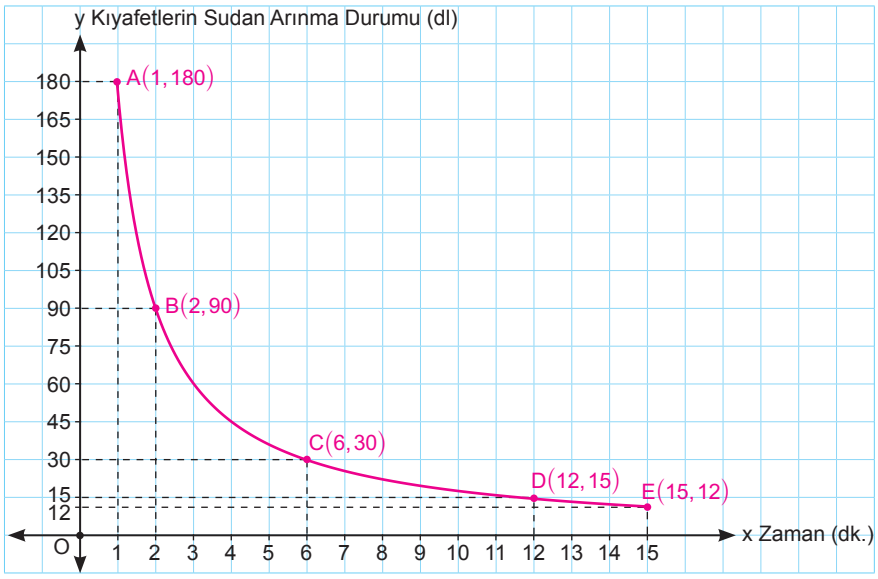
**d) Elde ettiğiniz fonksiyonun nitel özelliklerini (işareti, artanlığı-azalanlığı) inceleyerek açıklayınız.**

### ÇÖZÜM

**a)** Verilen tablo incelendiğinde zaman ilerledikçe kıyafetlerin sudan arındığı görülmektedir. Bu durum, "zaman" bağımsız değişkeni artarken "kıyafetlerin sudan arınma durumu" bağımlı değişkeninin azalması anlamına geldiği için iki değişken arasında ters orantı ilişkisi vardır.

**b)** Sıkma programının tanım aralığı $[1, 15]$dır. Kıyafetlerin sudan arınma durumu, sürekli bir fonksiyondur bir başka deyişle her ana karşılık gelen bir arınma söz konusudur. 12. dk. tanım aralığı içinde ve fonksiyon verilen tanım aralığında sürekli olduğu için 12. dakikada kıyafetlerin sudan ne kadar arındığı hesaplanabilir.

**c)** Tabloda verilen noktalar, dik koordinat sisteminde belirlendiğinde ve her ana karşılık gelen bir arınma mümkün olduğundan kıyafetlerin sudan arınma durumunu zamana bağlı gösteren grafik aşağıdaki gibi çizilebilir.



**ç)** Bağımsız (zaman) ve bağımlı (kıyafetlerin sudan arınma durumu) değişkenler arasında ters orantı olduğu için bu değişkenlerin çarpımı, orantı sabitini verecektir. Örneğin $1 \cdot 180 = 180$, $4 \cdot 45 = 180$, $12 \cdot 15 = 180$ olduğu için $f:[1,15] \to [12,180]$, $f(x) = \frac{180}{x}$ olarak ifade edilir. Bağımsız değişken x ve bağımlı değişken f(x) olmak üzere $x \cdot f(x) = 180$'dir.

**d)** $\forall x \in [1,15]$ için $f(x) \in [12,180]$ olduğundan fonksiyon pozitif işaretlidir. Başka bir deyişle tanım kümesine ait pozitif değerlere karşılık görüntü kümesini oluşturan değerler pozitif olduğundan bu fonksiyon pozitif işaretlidir.

$f(1) = 180$ iken $f(6) = 30$ örneğinde görüleceği üzere bağımlı değişken artarken bağımsız değişken azalmaktadır. Bu nedenle fonksiyon, azalan fonksiyondur.

## 5. Sıra Sizde

Bir ip kullanılarak alanı 500 $cm^2$ olan çeşitli dikdörtgenler oluşturulacaktır.

Aşağıdaki tabloda bu koşula uyan dikdörtgenlerden bazılarının kısa veya uzun kenar uzunlukları verilmiştir.

| **Dikdörtgenin Kısa Kenar Uzunluğu (cm)** | 5 | | | 20 | 25 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Dikdörtgenin Uzun Kenar Uzunluğu (cm)** | | 50 | $\frac{100}{3}$ | | | $\frac{50}{3}$ |

**Buna göre**

**a) Verilen değerlere uygun olarak tablodaki boşlukları doldurunuz.**

**b) Oluşturulabilecek dikdörtgenlerde her bir kısa kenar uzunluğuna karşılık bir uzun kenar uzunluğunun bulunup bulunmadığını açıklayınız.**

**c) Oluşturulabilecek dikdörtgenlerin kısa ve uzun kenar uzunluğunun birbirine göre durumunu gösteren grafiği çiziniz.**

**ç) Oluşturulabilecek dikdörtgenlerin kısa ve uzun kenar uzunluğunun birbirine göre durumunu gösteren fonksiyonun cebirsel temsilini yazınız.**

**d) Elde ettiğiniz fonksiyonun nitel özelliklerini (işareti, artanlığı-azalanlığı) inceleyerek açıklayınız.**

## 6. Sıra Sizde

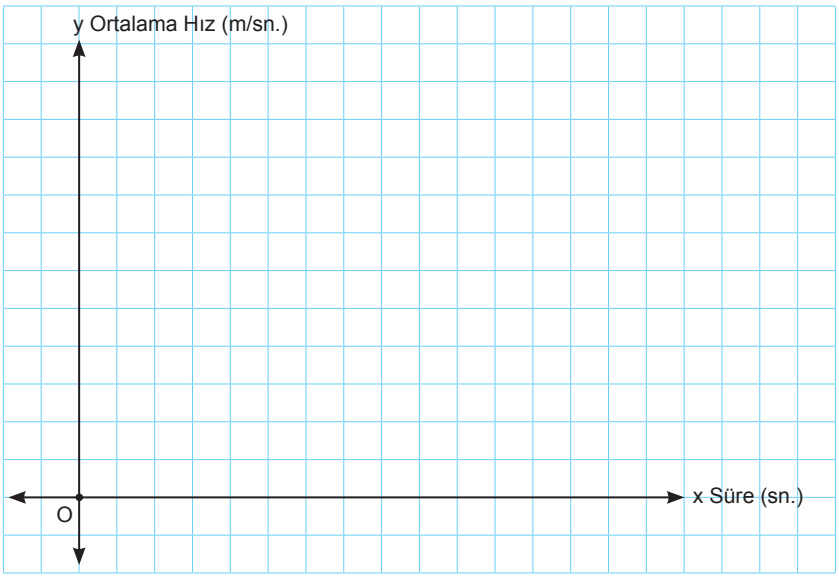
Aşağıdaki tabloda 100 metre uzunluğundaki bir parkurda yarışan bir atletin yarışı bitirme süresine (sn.) bağlı olarak ortalama hızının (m/sn.) değişimine ilişkin veriler bulunmaktadır.

| **Süre (sn.)** | $\frac{5}{2}$ | 4 | 5 | 8 | 10 | $\frac{25}{2}$ | 20 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Ortalama Hız (m/sn.)** | 40 | 25 | 20 | $\frac{25}{2}$ | 10 | 8 | 5 | 4 |

**Buna göre**

**a) Atletin yarışı bitirme süresi ile yarış boyunca ortalama hızı arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız. Açıklamanızdan yola çıkarak süre, ortalama hız ve parkur uzunluğu arasındaki ilişkiyi yazınız.**

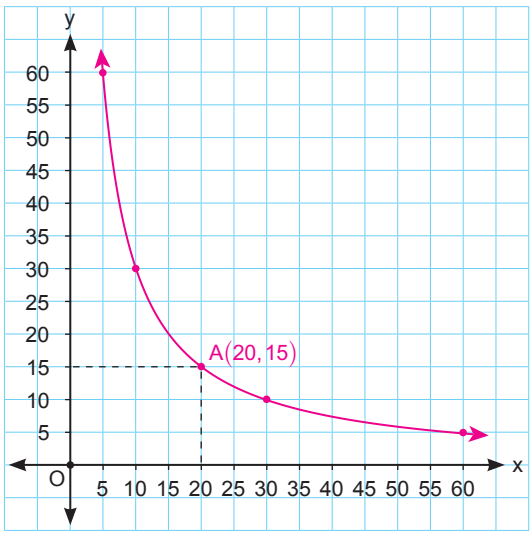
**b) Atletin yarışı bitirme süresine bağlı olarak ortalama hızını gösteren grafiği aşağıda verilen dik koordinat sisteminde çiziniz.**




**c) Atletin yarış boyunca ortalama hızını yarışı bitirme süresine bağlı olarak ifade eden fonksiyonun cebirsel temsilini yazarak parkur uzunluğu ile fonksiyon arasındaki ilişkiyi açıklayınız.**

## 4. UYGULAMA Niceliklerin Ters Orantılı Değişimlerine Karşılık Gelen Fonksiyonlar

Aşağıdaki dik koordinat sisteminde ters orantılı iki niceliğe ait $\mathbb{R}^+$ da tanımlı bir rasyonel fonksiyonun grafiği verilmiştir. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.




**1.** Grafikten faydalanarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

| **x** | 5 | 10 | 20 | 30 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|
| **y** | | | 15 | | |

**2.** Rasyonel bir fonksiyon için bağımlı ve bağımsız değişkenin çarpımının sabit olmasının ne anlama geldiğini açıklayınız.

**3.** Grafiği verilen fonksiyonun cebirsel ifadesini yazınız.

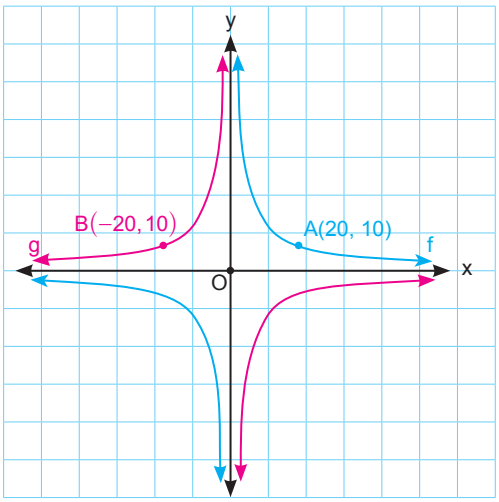
**4.** Elde ettiğiniz fonksiyona ait bir gerçek yaşam problemi oluşturunuz.

### Zihinde Kalanlar

- Rasyonel fonksiyonlar dik koordinat sisteminde eğri grafikleriyle temsil edilir.
- $b \in \mathbb{R}-\{0\}$ olmak üzere $g: \mathbb{R}-\{0\} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{b}{x}$ şeklinde tanımlı bir rasyonel fonksiyon için $x \cdot g(x) = b$ olur.

## 7. ÖRNEK

$f: \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$ ve $g: \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$ rasyonel fonksiyonlarının grafikleri aşağıda verilmiştir.




**Buna göre**

**a) Grafikleri sağlayan noktaları kullanarak f ve g fonksiyonlarının temsil ettiği ters orantılı değişimlerin orantı sabitlerini bulup fonksiyonların cebirsel temsillerini yazınız.**

**b) f ve g fonksiyonlarının artanlığı-azalanlığını inceleyiniz. Rasyonel fonksiyonların orantı sabitleri ile fonksiyonların artanlığı-azalanlığı arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.**

**c) f ve g fonksiyonlarının işaretini bulunuz.**

### ÇÖZÜM

**a)** $b \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere $f: \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{b}{x}$ şeklinde tanımlı rasyonel fonksiyonlarda bağımlı ve bağımsız değişkenlerin çarpımı, sabit bir sayıya eşittir. $A(20, 10)$ noktasının f fonksiyonunun grafiğini sağladığı görülmektedir. O zaman f rasyonel fonksiyonunun orantı sabiti $20 \cdot 10 = 200$ olarak elde edilir. Fonksiyonun grafiğini sağlayan diğer tüm noktaların apsis ve ordinatlarının çarpımı 200 olacaktır.

Bu nedenle f fonksiyonunun cebirsel temsili, $f: \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{200}{x}$ şeklindedir.

$B(-20, 10)$ noktasının g fonksiyonunun grafiğini sağladığı görülmektedir. O zaman g rasyonel fonksiyonunun orantı sabiti $-20 \cdot 10 = -200$ olarak elde edilir. g fonksiyonunun grafiğini sağlayan diğer tüm noktaların apsis ve ordinatlarının çarpımı $-200$ olacaktır.

Bu nedenle g fonksiyonunun cebirsel temsili de $g: \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}, g(x) = -\frac{200}{x}$ şeklindedir.

**b)** Görüntü kümesi $\mathbb{R}$ olan rasyonel fonksiyonların grafikleri iki parçadan oluşmaktadır. f fonksiyonunda hem $x < 0$ hem de $x > 0$ için bağımsız değişken artarken bağımlı değişkenin azaldığı görülmektedir. Orantı sabiti pozitif olan f fonksiyonu daima azalandır.
g fonksiyonunda hem $x < 0$ hem de $x > 0$ için bağımsız değişken artarken bağımlı değişkenin de arttığı görülmektedir. Orantı sabiti negatif olan g fonksiyonu daima artandır.

**c)** f fonksiyonu $x < 0$ için negatif, $x > 0$ için pozitif işaretlidir.
g fonksiyonu $x < 0$ için pozitif, $x > 0$ için negatif işaretlidir.

### Zihinde Kalanlar

- $b \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere $g: \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}, g(x) = \frac{b}{x}$ şeklinde tanımlı bir rasyonel fonksiyonda $b > 0$ ise f **azalan**, $b < 0$ ise g **artan** fonksiyondur.
- $b \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere $g: \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}, g(x) = \frac{b}{x}$ şeklinde tanımlı bir rasyonel fonksiyon olmak üzere
  g **artan** fonksiyon ise
  $x \in \mathbb{R}^+$ için $g(x) < 0$ olduğundan g nin işareti **negatiftir.**
  $x \in \mathbb{R}^-$ için $g(x) > 0$ olduğundan g nin işareti **pozitiftir.**
  g **azalan** fonksiyon ise
  $x \in \mathbb{R}^+$ için $g(x) > 0$ olduğundan g nin işareti **pozitiftir.**
  $x \in \mathbb{R}^-$ için $f(x) < 0$ olduğundan g nin işareti **negatiftir.**

**7. Sıra Sizde**

Aşağıdaki ifadelerde iki farklı fonksiyonun bağımlı ve bağımsız değişkenleri arasındaki ilişkiler verilmiştir.

***I. ifade:*** *Bağımlı ve bağımsız değişkenin çarpımı daima 90'dır.*

***II. ifade:*** *Bağımlı ve bağımsız değişkenin çarpımı daima −90'dır.*

**I ve II ifadeleri, sırasıyla f ve g fonksiyonları ile temsil edildiğine göre**

**a) f ve g fonksiyonlarının cebirsel temsillerini yazınız.**

**b) Matematik yazılımını kullanarak bu fonksiyonların grafiklerini çiziniz.**

**c) Verilen fonksiyonların artan-azalan olduğu aralıkları ifade ediniz.**

# Araştırma Ödevi

***Amaç:*** *Doğrusal ve rasyonel fonksiyonlarla modellenebilen gerçek yaşam durumlarına ilişkin araştırma yapabilme*

***Ders içi süre:*** *35 + 35 dk.*

***Ders dışı süre:*** *2 gün*

Aşağıda verilen adımları gerçekleştirerek araştırma ödevini zamanında ve eksiksiz olarak tamamlayınız. Çalışmanız öğretmeniniz tarafından aşağıdaki karekodda verilen Derecelendirme Ölçeği ile değerlendirilecektir.

- Ekonomi, fizik, kimya ve coğrafya alanlarına ilişkin gerçek yaşam durumlarında karşılaşılan $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere uygun koşullarda $f(x) = ax$ ve $g(x) = \frac{b}{x}$ şeklinde tanımlı fonksiyonlarla modellenebilen örnek durumlara ilişkin bir araştırma yapınız.
- Araştırmanızın sonucunda elde ettiğiniz veriler yardımıyla aşağıda verilen tabloyu sözel ifadelerle doldurunuz.

***Tablo:*** *$f(x) = ax$ ve $g(x) = \frac{b}{x}$ Şeklinde Tanımlanan Fonksiyonlarla Modellenebilen Örnek Durumlar*

| | $f(x) = ax$ | $g(x) = \frac{b}{x}$ |
|---|---|---|
| **Fizik** | | |
| **Ekonomi** | | |
| **Kimya** | | |
| **Coğrafya** | | |

- Elde ettiğiniz tablodan $f(x) = ax$ ve $g(x) = \frac{b}{x}$ şeklinde tanımlı fonksiyonların her biri için bir örnek problem durumu belirleyiniz.
- Belirlediğiniz gerçek yaşam örnek problem durumlarına uygun bağımlı ve bağımsız değişkenleri içeren birer tablo oluşturunuz. Tablonuzu oluştururken fonksiyonların tanım ve değer aralıkları ile bağımlı ve bağımsız değişkenler için kullandığınız sayısal değerlerin gerçek yaşam durumunu yansıtacak şekilde belirlediğinize emin olmalısınız.
- Tablodaki verileri kullanarak fonksiyonların belirlediğiniz tanım ve değer aralıklarında cebirsel temsillerini yazınız ve grafiklerini çiziniz.
- Çalışmanızın tüm aşamalarını gösteren bir rapor hazırlayınız.
- Çalışmanızı sınıfta sunup raporunuzu öğretmeninize teslim ediniz.

*Derecelendirme Ölçeği*

***Değerlendirme:*** *Araştırma ödevinin değerlendirme ölçütlerine yandaki karekod aracılığıyla ulaşınız.*

# Çalışma Kâğıdı

Aşağıdaki rasyonel fonksiyonlarla ilgili soruları cevaplayınız.

**1.** Matematik yazılımında **Giriş** bölümüne $g(x) = \frac{b}{x}$ yazıp Enter tuşuna basınız. Ekranda b sürgüsü ve g fonksiyonunun grafiği oluşacaktır.

**Sürgüyü hareket ettirerek oluşan grafikleri inceleyiniz. b nin işaretine göre fonksiyonun nitel özelliklerini belirleyerek aşağıdaki tabloyu doldurunuz.**

| | Tanım Kümesi | Görüntü Kümesi | İşareti | Artanlığı-Azalanlığı |
|---|---|---|---|---|
| $b > 0$ | | | | |
| $b < 0$ | | | | |

**2.** İşlem hacmi, işleme konu olan menkul kıymetin işlem adedi ile işlem gördüğü fiyatın çarpılmasıyla bulunur.

18.11.2024 tarihinde gram altının satış fiyatı yaklaşık 2800 TL'den 2900 TL'ye çıkmıştır. Altının satış fiyatı 2800 TL ile 2900 TL aralığındayken piyasalardaki işlem hacminin değişmediği ve 2,1 milyar TL olduğu görülmüştür.

**Buna göre**

**a) Altın fiyatı artmasına rağmen işlem hacminin değişmemesinin nedenini açıklayınız.**

**b) İşlem hacmi ile işlem adedi arasında nasıl bir orantı ilişkisi olduğunu ifade ederek orantı sabitini bulunuz.**

**c) Altının satış fiyatına (x) bağlı işlem adedini veren f(x) fonksiyonunun tanım kümesini ve cebirsel ifadesini yazınız.**

**ç) f fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.**

**d) Elde ettiğiniz f fonksiyonunun grafiğini matematik yazılımı kullanarak çiziniz.**

***Değerlendirme:*** Çalışma kâğıdınız yandaki karekodda verilen Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı'yla öğretmeniniz tarafından değerlendirilecektir.

*Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı*

## Alıştırmalar II

**1.** Aşağıda verilen örneklerden hangilerinde ters orantı ilişkisi olduğunu bularak yazınız.

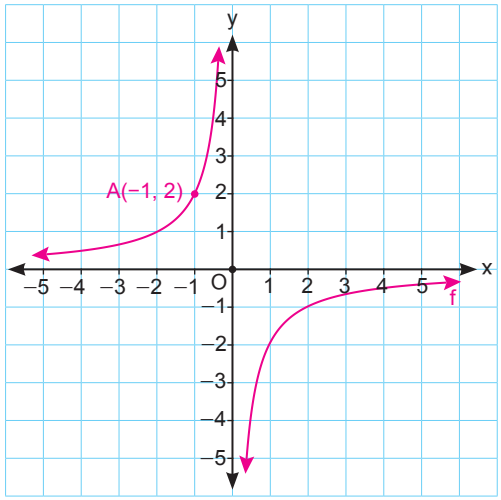
**a) Bir aracın hızı (km/sa.) ile almış olduğu yol miktarı (km)**

**b) Bir depoyu dolduran musluktan akan su miktarı (l) ile deponun dolma süresi (dk.)**

**c) Bir cep telefonunun ekran parlaklığı (nit) ile şarj yüzdesi**

**ç) Bir kişinin yürüme mesafesi (m) ile yaktığı kalori miktarı (kcal)**

**2.** Aşağıdaki dik koordinat sisteminde $k \in \mathbb{R} - \{0\}$, $f(x) = \frac{k}{x}$ şeklinde tanımlı f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.




**Buna göre**

**a) Fonksiyonun tanım ve değer kümelerini yazınız.**

**b) Fonksiyonun pozitif ve negatif değerli olduğu aralıkları yazınız.**

**c) Fonksiyonun artan veya azalan olduğu aralığı yazınız.**

**ç) $f(4)$ değerini bulunuz.**

**3.** $k \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere k sabiti ve a, b, c değişkenleri arasında $\frac{a \cdot c}{b} = k$ ilişkisi vardır.

**Buna göre a, b ve c değişkenlerinden birinin sabit olduğu durumda diğer ikisi arasındaki orantı ilişkisini bulunuz.**

**4.**



Görseldeki telli çalgıda bulunan telin uzunluğu (cm) ile ürettiği titreşimin frekansı (Hz) ters orantılıdır. 20 cm uzunluğundaki telin frekansı, saniyede 180 Hz'dir.

**Buna göre**

**a) Tel uzunluğuna bağlı frekansı veren fonksiyonu cebirsel olarak ifade ediniz.**

**b) Tel uzunluğuna bağlı frekansı veren fonksiyonun orantı sabitini bulunuz.**

**c) Fonksiyonun grafiğini çiziniz.**

**ç) Tel gerdirilerek uzunluğu 2 cm kısaltıldığında titreşimin frekansının kaç Hz olacağını bulunuz.**

**5.** Işık akısı $(\Phi)$ insan gözünün algıladığı ışık gücünün miktarı olup birimi lümen'dir. Birim alana $(A)$ düşen ışık miktarı ise aydınlatma şiddeti $(I)$ olup birimi lüks'tür. $\left(I = \frac{\Phi}{A}\right)$

| | Oda 1 | Oda 2 | Oda 3 | Oda 4 |
|---|---|---|---|---|
| **Oda Büyüklüğü ($m^2$)** | 10 | 15 | 20 | 30 |
| **Aydınlatma Şiddeti (lüks)** | 300 | 200 | 150 | 100 |

**Buna göre**

**a) Işık akısı (lümen), aydınlatma şiddeti (lüks) ve oda büyüklüğü ($m^2$) arasındaki orantı ilişkisini açıklayınız ve orantı sabitini bulunuz.**

**b) Oda büyüklüğüne ($m^2$) bağlı aydınlatma şiddetini (lüks) veren fonksiyonun cebirsel temsilini yazınız.**

**c) Elde ettiğiniz fonksiyonun grafiğini çiziniz.**

*Ek Alıştırma Soruları*

*Etkileşimli İçerik*

# 1.3. DOĞRUSAL VE RASYONEL FONKSİYONLARLA İFADE EDİLEBİLEN DENKLEM VE EŞİTSİZLİK PROBLEMLERİ



Yandaki görseldeki benzin istasyonu, benzinin litresini x TL'ye mal etmektedir. Benzinin satış fiyatı, alış fiyatına bağlı olarak $\alpha \in \mathbb{R} - \{0\}$, $f(x) = \alpha x$ şeklinde tanımlı f doğrusal fonksiyonuyla belirlenmektedir.

**Buna göre aşağıdaki soruların cevaplarını arkadaşlarınızla tartışınız.**

1. **$k \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere $f(x) < k$ eşitsizliği neyi ifade etmektedir?**

2. **İstasyonun bu satışta zarar etmeme durumu matematiksel olarak nasıl gösterilir?**

3. **İstasyonun $f(x) = \frac{4}{3} \cdot x$ şeklinde tanımlı f fonksiyonuna göre satış yapması durumunda kâr-zarar durumu hakkında ne söylenebilir?**

4. **$\alpha$ gerçek sayısı ile kâr-zarar durumu arasında nasıl bir ilişki vardır?**

## 5. UYGULAMA Doğrusal Fonksiyonlarla Elde Edilen Denklem ve Eşitsizlikler

1/100 000 ölçekli bir haritada Ankara ile Kırıkkale, İstanbul, Mersin, İzmir, Erzincan, Artvin ve Mardin şehirleri arasındaki uzaklıklar yaklaşık olarak sırasıyla 0,00074, 0,00453, 0,00485, 0,00586, 0,0069, 0,0096 ve 0,0098 km olarak görülmektedir.

Buna göre

1. Aşağıda verilen tabloda Ankara ile Kırıkkale, İstanbul, Mersin, İzmir, Erzincan, Artvin ve Mardin şehirleri arasındaki gerçek uzaklıkları yazınız.

| | Kırıkkale | İstanbul | Mersin | İzmir | Erzincan | Artvin | Mardin |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ankara | | | | | | | |

2. Şehirler arasındaki gerçek uzaklığı bulduran fonksiyonun cebirsel temsilini yazınız.

3. Fonksiyonun tanımlı olduğu aralık hakkındaki görüşlerinizi açıklayınız.

4. Ankara'ya uzaklığı 600 km olan bir yerleşim yerinin haritadaki uzaklığını bulmaya yarayan matematiksel ifadeyi yazınız.

**5.** İç Anadolu Bölgesi'nde Ankara'ya en yakın il 79,4 km ile Kırıkkale, en uzak il 440 km ile Sivas'tır. İç Anadolu Bölgesi'ndeki herhangi bir yerleşim yerinin Ankara'ya haritadaki uzaklığını matematiksel olarak ifade ediniz.

**6.** Uygulamanın ilk beş maddesinde kullandığınız stratejiler sonucu elde ettiğiniz ilişkilerle aşağıda verilen problemleri çözünüz.

**a)** 1/50 000 ölçekli bir haritada Ankara ile Kırıkkale, İstanbul, Mersin,İzmir, Erzincan, Artvin ve Mardin şehirleri arasındaki harita uzaklıklarını hesaplayarak aşağıda verilen tabloya yazınız.

| | Kırıkkale | İstanbul | Mersin | İzmir | Erzincan | Artvin | Mardin |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Ankara** | | | | | | | |

**b)** Verilen şehirlerden hangilerinin Ankara'ya harita uzaklığının 0,00483 km'den büyük olduğunu yazınız. Bu durumu matematiksel olarak ifade ediniz.

**7.** Uygulamanın 6. maddesinde elde ettiğiniz çözümleri matematik yazılımı kullanarak doğrulayınız.

## 8. ÖRNEK

A ve B şehirlerini birbirine bağlayan bir yolun üzerinde bulunan, birbirlerine doğru zıt yönlerde saatte 80 ve 120 km sabit hızlarla aynı anda hareket eden iki hareketlinin arasındaki mesafe 600 km'dir.

**Buna göre**

**a) I ve II. hareketlilerin 1 saatte aldığı yollar ve aldıkları toplam yol aşağıdaki tabloda örnek olarak verilmiştir. Tablodaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.**

| Süre (t-saat) | I. Hareketlinin Aldığı Yol $(f_1(t) - \text{km})$ | II. Hareketlinin Aldığı Yol $(f_2(t) - \text{km})$ | İki Hareketlinin Aldıkları Toplam Yol (km) |
|---|---|---|---|
| **1** | 80 | 120 | |
| **2** | | | |
| **3** | | | |

**b) Süreye bağlı olarak hareketlilerin alacağı yolu fonksiyon olarak ifade ediniz.**

**c) İki hareketlinin aldığı toplam yol fonksiyonunu cebirsel olarak ifade ediniz.**

**ç) Hareketlilerin ilk kez kaç saat sonra karşılaşacağını bulunuz.**

**d) İki hareketlinin ilk kez karşılaşacağı ana kadar aralarındaki mesafenin hangi zaman diliminde 100 km'den az olacağını bulunuz ve bu durumu cebirsel olarak ifade ediniz.**

### ÇÖZÜM

**a)**

| Süre (t saat) | I. Hareketlinin Aldığı Yol $(f_1(t) - \text{km})$ | II. Hareketlinin Aldığı Yol $(f_2(t) - \text{km})$ | İki Hareketlinin Aldıkları Toplam Yol (km) |
|---|---|---|---|
| **1** | 80 | 120 | 200 |
| **2** | $2 \cdot 80 = 160$ | $2 \cdot 120 = 240$ | $160 + 240 = 400$ |
| **3** | $3 \cdot 80 = 240$ | $3 \cdot 120 = 360$ | $240 + 360 = 600$ |

**b)** I. hareketli 1 saatte 80 km yol aldığına göre I. hareketlinin süreye (t) bağlı alacağı yol fonksiyonu $f_1(t) = 80t$, II. hareketli 1 saatte 120 km yol aldığına göre II. hareketlinin süreye (t) bağlı alacağı yol fonksiyonu $f_2(t) = 120t$ olarak ifade edilir.

**c)** Hareketliler birbirine doğru ilerlediği için 1 saatte aldıkları toplam yol $80 + 120 = 200$ km'dir. İki hareketlinin aldığı toplam yol, $f(t) = 200t$ olarak ifade edilir.

**ç)** Hareketliler arasındaki mesafe 600 km olduğundan hareketlilerin ilk kez kaç saat sonra karşılacağı, $200t = 600$ denklemi çözülerek bulunur. Denklemin çözümü yapılınca $t = 3$ sa. olur. Hareketliler ilk kez 3 saat sonra karşılaşır.

**d)** İki hareketlinin ilk kez karşılacağı ana kadar aralarındaki mesafenin hangi zaman diliminde 100 km'den az olacağı, $f(t) < 100$ eşitsizliğinin çözümüyle elde edilir. $200t < 100$ eşitsizliğinden $t < \frac{1}{2}$ elde edilir. Hareketlilerin ilk kez karşılaşacağı ana yarım saat kala aralarındaki mesafe 100 km'den az olur.

## 9. ÖRNEK

Çözünürlük; belirli şartlar altında, belli bir miktar çözünenin bir çözücü içinde çözünmesidir. Belirli şartlar altında tuzun sudaki çözünürlüğü $\frac{30}{100}$ ise bu ifadenin anlamı, 100 g suda 30 g tuz çözünebilir bir başka deyişle 100 g suya 30 g tuz eklendiğinde karışım tuza doygun hâle gelir.

**Buna göre**

**a) Aynı şartlar altında kütlece %20'si tuz olan m gram çözeltiyi doygun hâle getirmek için kaç g tuz eklenmesi gerektiğini bir fonksiyonla ifade ediniz.**

**b) Bu fonksiyona ait bağımsız ve bağımlı değişkenleri belirleyerek fonksiyonun grafiğini çiziniz.**

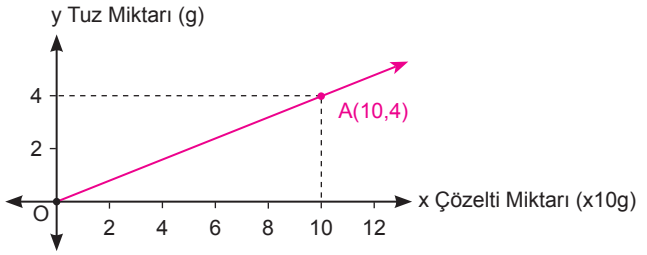
**c) 250 g'lık çözeltinin tuza doygun hâle gelmesi için kaç g tuz eklenmesi gerektiğini bulunuz.**

**ç) 96 g tuz kaç g'lık çözeltiyi doygun hâle getirir?**

### ÇÖZÜM

**a)** m g'lık çözeltinin %20'si tuz olduğuna göre bu çözeltinin içindeki tuz miktarı $m \cdot \frac{20}{100} = \frac{m}{5}$ g'dır. Çözeltinin su miktarı ise $m - \frac{m}{5} = \frac{4m}{5}$ olur. Çözeltinin tuza doygun olması, çözeltiye suyun %30'u kadar tuz ilave edilmesiyle sağlanacaktır. Bu durumda çözeltide $\frac{4m}{5} \cdot \frac{30}{100} = \frac{6m}{25}$ g tuz olmalıdır. Hâlihazırda çözeltide $\frac{m}{5}$ g tuz mevcut olduğundan $\frac{6m}{25} - \frac{m}{5} = \frac{m}{25}$ g tuz eklenirse çözelti doygun hâle gelir. O hâlde pozitif gerçek sayılarda tanımlı bu fonksiyon $f(m) = \frac{m}{25}$ şeklinde ifade edilir.

**b)** f fonksiyonunun bağımsız değişkeni çözelti miktarıyken bağımlı değişkeni çözelti miktarını doygun hâle getirecek olan tuz miktarıdır. m bağımsız değişkeni çözelti miktarını göstermek üzere, çözeltinin doygun hâle gelmesini sağlayan tuz miktarı $\frac{m}{25}$ bağımlı değişkendir.




**c)** $f(250) = \frac{250}{25} = 10$ g tuz 250 g'lık çözeltiyi doygun hâle getirir.

**ç)** Çözelti miktarı x gram olsun. $f(x) = 96 \Rightarrow 96 = \frac{x}{25} \Rightarrow 96 \cdot 25 = x \Rightarrow x = 2400$ g bulunur.
96 g tuz 2400 g'lık çözeltiyi doygun hâle getirir.

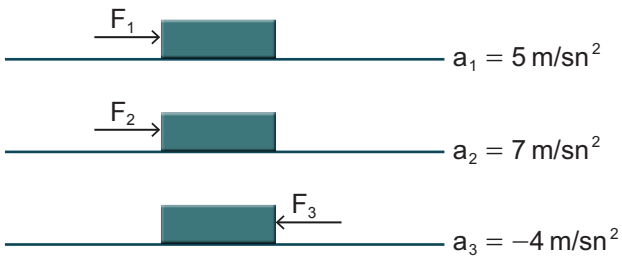
## Zihinde Kalanlar

$k, \alpha \in \mathbb{R} - \{0\}$, $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \alpha x$ şeklinde tanımlı f doğrusal fonksiyonu için

- $f(x) = k$ birinci dereceden bir bilinmeyenli denkleminin kökü $\frac{k}{\alpha}$ olup çözüm kümesi $Ç = \left\{\frac{k}{\alpha}\right\}$ dır.
- $f(x) > k, f(x) \geq k, f(x) < k, f(x) \leq k$ eşitsizliklerinin çözüm aralıkları $f(x) = k$ denkleminin işaret tablosundan yararlanılarak bulunur.

## 8. Sıra Sizde

Kuvvet; bir cismin hızında veya yönünde bir değişiklik oluşturabilen etki olarak tanımlanır. Kuvvet F ile gösterilir ve birimi newtondur (N). Bir cisme etki eden kuvvet, cismin kütlesi (m) ile bu cismin maruz kaldığı ivmenin (a) çarpımına eşittir $(F = m \cdot a)$. Bir cisme negatif yönde (sola) uygulanan kuvvetin oluşturduğu ivme $(-)$ işaretiyle gösterilir. Aşağıda verilen görselde sürtünmesiz ortamda aynı kütlelere sahip cisimler, yanlarında verilen sabit ivmelere maruz bırakılmıştır.




**Buna göre**

**a) Farklı kütlelere sahip cisimlere karşılık gelen kuvvetleri aşağıda verilen tabloya yazınız.**

| | $m = 1\,kg$ | $m = 2\,kg$ | $m = \frac{1}{2}\,kg$ | $m = 4\,kg$ | $m = 5\,kg$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $F_1$ | | | | | |
| $F_2$ | | | | | |
| $F_3$ | | | | | |

**b) $F_1$, $F_2$ ve $F_3$ fonksiyonlarını cebirsel olarak ifade ediniz.**

**c) İvme ve kütlenin yazdığınız fonksiyonlardaki rolünü açıklayınız.**

**ç) "Kuvvet kavramının bir cismin yönünde bir değişiklik oluşturabilen etki" olduğu akılda bulundurularak $F_1$, $F_2$ ve $F_3$ fonksiyonlarına ait grafikleri matematik yazılımı kullanarak çiziniz.**

**d) $F_1$ ve $F_3$ fonksiyonlarına ait grafiklerin eğimlerini bulunuz.**

**e) Cisimlerin kütleleri arttıkça ya da azaldıkça uygulanması gereken kuvvetin nasıl değiştiğini açıklayınız.**

**f) 1. cisme uygulanan kuvvetin 12 N'dan büyük olduğu durumda cismin kütlesinin kaç kg'dan <u>fazla</u> olması gerektiğini bulunuz.**

**g) Aşağıdaki tabloda verilen denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini ilgili boşluklara yazınız.**

| Denklem ve Eşitsizlikler | $F_1(m) = 25$ | $F_2(m) \leq 28$ | $F_3(m) = -12$ | $F_2(m) \geq 14$ | $F_3(m) < -24$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Çözüm Kümesi | | | | | |

## 6. UYGULAMA Rasyonel Fonksiyonlarla Elde Edilen Denklem ve Eşitsizlikler

Isparta ve civarında iklim şartlarının uygun olmadığı yıllarda gül yağı üretiminin azaldığı ve fiyatların arttığı görülmektedir. İklim şartlarının uygun olduğu yıllarda ise gül yağı üretiminin arttığı ve fiyatların düştüğü gözlemlenmiştir. İklim şartlarının uygun olmadığı bir yılda 1 g (gram) gül yağının fiyatı 2000 TL iken iklim şartlarının uygun olduğu bir yılda 5 g gül yağı 400 TL'den alıcı bulmuştur.

Buna göre

**1.** Verilen problem durumundaki bağımlı ve bağımsız değişkenleri belirleyerek aşağıdaki tablonun ilk sütununa yazınız. Belirlediğiniz değişkenlere sayısal değerler vererek tablonun kalanını doldurunuz.

| **Bağımlı Değişken:** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Bağımsız Değişken:** | | | | |

**2.** Gül yağı miktarı ile fiyatı arasındaki ilişki hakkındaki görüşlerinizi yazınız.

**3.** Oluşturduğunuz tablodan faydalanarak gül yağı talep miktarını modelleyen fonksiyonu cebirsel olarak ifade ediniz. Bu fonksiyonun tanım kümesini yazınız.

**4.** Öğretmeninizin rehberliğinde bilgisayar veya etkileşimli tahtada matematik yazılımı kullanarak bu fonksiyona ait grafiği çiziniz.

**5.** Gül yağı fiyatının 4000 TL'den küçük veya eşit olması için üretilen gül yağı miktarının en az kaç g olması gerektiğini bulunuz.

**6.** Gül yağı fiyatının 500 TL'den büyük olduğu durumda üretilen gül yağı miktarının tam sayı olarak en çok kaç g olduğunu bulunuz.

**7.** Uygulamanın 5 ve 6. maddelerinde elde ettiğiniz çözümleri matematik yazılımı kullanarak çizdiğiniz grafikle karşılaştırınız ve çözümlerinizin doğruluğunu kontrol ediniz.

## 10. ÖRNEK



Bir pan flütün ürettiği müzikal perde $(f(x))$, flüt borularının uzunluğuyla (x) ters orantılı olup bu ilişki $f(x) = \frac{564}{x}$ şeklinde tanımlı f fonksiyonuyla modellenmiştir. Müzik perdesi hertz (Hz) ve boru uzunluğu cm ile ölçülmektedir.

**Buna göre**

**a) 282 Hz'lik bir müzikal perde üreten borunun uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**b) 47 cm uzunluğundaki bir borunun kaç Hz'lik müzikal perde üreteceğini bulunuz.**

**c) 94 Hz'den büyük ya da eşit müzikal perde üreten borunun uzunluğunu bulduran eşitsizliği matematiksel olarak ifade ederek çözünüz.**

**ç) 3 cm'den uzun boruların kaç Hz'den az müzikal perde üreteceğini matematiksel olarak ifade ederek bu eşitsizliği çözünüz.**

**d) 12 Hz ile 94 Hz arasında müzikal perde üreten boru uzunluklarının hangi aralıkta olduğunu bulunuz.**

## ÇÖZÜM

**a)** Bağımlı değişken $f(x) = 282$ Hz olarak verildiği için $282 = \frac{564}{x} \Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

**b)** Bağımsız değişken $x = 47$ cm olarak verildiği için $f(x) = \frac{564}{47} \Rightarrow f(x) = 12$ Hz bulunur.

**c)** 94 Hz'den büyük ya da eşit müzikal perde üreten borunun uzunluğunu bulduran eşitsizlik $f(x) \geq 94 \Rightarrow 94 \leq \frac{564}{x}$ olarak ifade edilir. $\frac{564}{x} - 94 \geq 0$ ve $\frac{564 - 94x}{x} \geq 0$ bulunur. Boru uzunluğu x pozitif bir değer olduğundan $564 - 94x \geq 0$ olur. $94x \leq 564$ ve $x \leq 6$ elde edilir. $x > 0$ olduğundan eşitsizliğin çözüm kümesi $(0, 6]$ dır. uzunluğu 6 cm'den küçük ya da eşit olan borular 94 Hz'den büyük ya da eşit müzikal perde üretirler.

**ç)** 3 cm'den uzun boruların kaç Hz'den az müzikal perde üreteceğini bulduran eşitsizlik $\frac{564}{f(x)} > 3$ olarak ifade edilir. Eşitsizliğin her iki tarafı 564 ile bölünürse $\frac{1}{f(x)} > \frac{3}{564} \Rightarrow \frac{1}{f(x)} > \frac{1}{188}$ bulunur. Buradan $f(x) < 188$ elde edilir. Uzunluğu 3 cm'den uzun borular 188 Hz'den küçük müzikal perde üretir.

**d)** 12 Hz ile 94 Hz arasında müzikal perde üreten boru uzunluklarını bulduran eşitsizlik, matematiksel olarak $12 < \frac{564}{x} < 94$ şeklinde ifade edilir. Eşitsizliğin her iki tarafı 564 ile bölünürse $\frac{12}{564} < \frac{1}{x} < \frac{94}{564} \Rightarrow \frac{1}{47} < \frac{1}{x} < \frac{1}{6} \Rightarrow 47 > x > 6$ bulunur. Uzunluğu 6 cm ile 47 cm aralığında olan borular 12 Hz ile 94 Hz arasında müzikal perde üretir.

### Zihinde Kalanlar

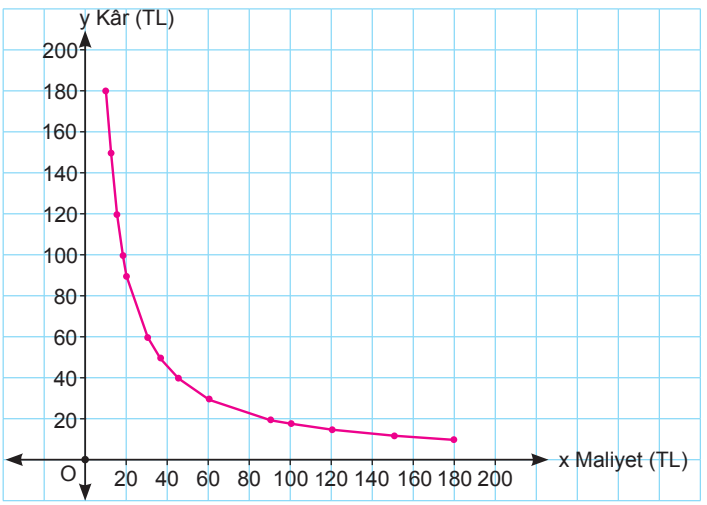
$k, b \in \mathbb{R} - \{0\}$, $g: \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}, g(x) = \frac{b}{x}$ rasyonel fonksiyonu için

- $g(x) = k$ denkleminin kökü $\frac{b}{k}$ olup çözüm kümesi $Ç = \left\{\frac{b}{k}\right\}$ dır.
- $g(x) > k, g(x) \geq k, g(x) < k, g(x) \leq k$ eşitsizliklerinin çözüm aralıkları $g(x) = k$ denkleminin kökü kullanılarak elde edilecek işaret tablosundan hareketle bulunur.

### 9. Sıra Sizde

Bir şirket çalışanı, ürünlerin maliyetiyle satışlardan elde edilen kâr arasındaki ilişkiyi incelemek istemektedir. Ürünlerin maliyetlerine (TL) bağlı olarak ürünlerden elde edilen kâra (TL) ilişkin verilerin bir kısmı, aşağıdaki elektronik tablo ve fonksiyona ait grafikle gösterilmiştir.

| Maliyet (TL) | Kâr (TL) |
|---|---|
| 10 | 180 |
| 12 | 150 |
| 15 | 120 |
| 18 | 100 |
| 20 | 90 |
| 30 | 60 |
| 36 | 50 |
| 45 | 40 |
| 60 | 30 |
| 90 | 20 |
| 100 | 18 |
| 120 | 15 |
| 150 | 12 |
| 180 | 10 |



**Buna göre**

**a) Satışlardan elde edilen kâr ile ürünlerin maliyeti arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır?**

**b) Elektronik tablodaki verileri kullanarak maliyet-kâr ilişkisini ifade eden fonksiyonun tanım ve görüntü aralıklarını belirleyerek cebirsel temsilini yazınız.**

**c) Bir ürünün satışından elde edilen kâr 72 TL ise ürünün maliyetinin kaç TL olduğunu fonksiyonun cebirsel temsilini kullanarak bulunuz.**

**ç) Bir ürünün satışından elde edilen kârın 80 TL'den fazla olması için ürünün maliyetinin hangi aralıkta olması gerektiğini fonksiyonun cebirsel temsilini kullanarak bulunuz.**

**d) Fonksiyonun grafiğini matematik yazılımında çiziniz. Çizdiğiniz grafik yardımıyla c ve ç maddelerindeki problemleri nasıl çözebileceğinizi açıklayınız ve fonksiyonun cebirsel temsilini kullanarak yaptığınız çözümleri doğrulayınız.**

## Performans Görevi

Doğrusal ve Rasyonel Fonksiyonlarla İfade Edilen Denklem ve Eşitsizlik Problemleri

***Amaç:*** *Doğrusal ve rasyonel fonksiyonlar kullanılarak ifade edilebilen gerçek yaşam problemi oluşturup çözebilme*

***Süre:*** *35 + 35 dk.*

Bu görevde sizden $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere gerçek sayılarda $f(x) = ax$ ve $\mathbb{R} - \{0\}$ da $g(x) = \frac{b}{x}$ şeklinde tanımlı fonksiyonlarla ifade edilebilen birer gerçek yaşam problemi belirlemeniz, belirlediğiniz problemlerin çözümünde kullanılabilecek denklem veya eşitsizlikleri oluşturarak problemi farklı matematiksel temsillere dönüştürmeniz, uygun ve farklı çözüm stratejileriyle çözmeniz ve ödevinizi sınıfta sunmanız beklenmektedir. Çalışmanız, karekodda verilen Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı ile öğretmeniniz tarafından değerlendirilecektir.

**Göreve başlamadan önce aşağıdaki hususa dikkat ediniz.**

- ► Çalışma planı oluşturunuz.

**Görev esnasında aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.**

- ► $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere gerçek sayılarda $f(x) = ax$ şeklinde tanımlı doğrusal fonksiyonla ifade edilebilen bir gerçek yaşam durumu belirleyiniz.
- ► Belirlediğiniz gerçek yaşam durumunda kullandığınız doğrusal fonksiyonun tanım ve görüntü kümesini belirleyiniz.
- ► Belirlediğiniz gerçek yaşam durumunda kullandığınız doğrusal fonksiyonla ifade edilebilen bir denklem ve bir eşitsizlik içeren iki problem durumu oluşturunuz.
- ► $b \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere $\mathbb{R} - \{0\}$ da $g(x) = \frac{b}{x}$ şeklinde tanımlı rasyonel fonksiyonla ifade edilebilen bir gerçek yaşam durumu belirleyiniz.
- ► Belirlediğiniz gerçek yaşam durumunda kullandığınız rasyonel fonksiyonun tanım ve görüntü kümesini belirleyiniz.
- ► Belirlediğiniz gerçek yaşam durumunda kullandığınız rasyonel fonksiyonla ifade edilebilen bir denklem ve bir eşitsizlik içeren iki problem durumu oluşturunuz.
- ► Oluşturduğunuz problemleri fonksiyonların farklı matematiksel temsillerini (tablo, grafik, cebirsel) kullanarak ifade ediniz.
- ► Problemlerin her birini uygun bir strateji belirleyerek çözünüz. Çözümüzü farklı yöntemlerle yenileyerek doğrulayınız.
- ► Çalışmanız ve sunumunuzda Türkçeyi doğru ve etkili biçimde kullanınız.
- ► Görevinizi zamanında ve eksiksiz olarak tamamlayınız.

**Görev bitiminde aşağıdaki hususa dikkat ediniz.**

- ► Sınıf içinde görevinize ilişkin oluşturduğunuz çalışmayı arkadaşlarınızla paylaşınız.

***Değerlendirme:***

1) *Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı'na yandaki karekod aracılığıyla ulaşınız.*
2) *Çalışmanızı değerlendirmek için yandaki sayfada bulunan Öz Değerlendirme Formu'nu doldurunuz.*

EBA

*Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı*

# Öz Değerlendirme Formu

Bu form kendinizi değerlendirebilmeniz amacıyla hazırlanmıştır. Çalışmalarınızı en doğru yansıtan seçeneğe (X) işareti koyarak değerlendirmenizi yapınız.

.... / .... / ....

***Öğrencinin Adı Soyadı:***

***Sınıfı ve Numarası:***

| **Performans Görevi Öncesine/Sürecine/Sonrasına İlişkin Davranışlar** | **Dereceler** | | |
|---|---|---|---|
| | **Evet** | **Kısmen** | **Hayır** |
| **1. Görevin konusuyla ilgili temel kavramları biliyorum.** | | | |
| **2. Görev için çalışma planı oluşturdum.** | | | |
| **3. Doğrusal ve rasyonel fonksiyonla ifade edilebilen birer gerçek yaşam durumu belirledim.** | | | |
| **4. Belirlediğim gerçek yaşam durumunda kullandığım doğrusal ve rasyonel fonksiyonların tanım ve görüntü kümelerini belirledim.** | | | |
| **5. Belirlediğim gerçek yaşam durumunda kullandığım doğrusal ve rasyonel fonksiyonla ifade edilebilen birer denklem ve birer eşitsizlik içeren ikişer problem durumu oluşturdum.** | | | |
| **6. Oluşturduğum problemleri fonksiyonların farklı matematiksel temsillerini (tablo, grafik, cebirsel) kullanarak ifade ettim.** | | | |
| **7. Problemlerin her birini uygun bir strateji belirleyerek çözdüm.** | | | |
| **8. Çözümlerimi farklı yöntemlerle yenileyerek doğruladım.** | | | |
| **9. Çalışmamı sınıfta sundum.** | | | |
| **10. Çalışmam ve sunumumda Türkçeyi doğru ve etkili olarak kullandım.** | | | |
| **11. Çalışmamı belirlenen sürede ve eksiksiz tamamladım.** | | | |
| **12. Çalışmamı öğretmenime teslim ettim.** | | | |

**Değerlendirme Sistemi**

*"Kısmen" ve "Hayır" olarak belirlediğiniz davranışları gözden geçirerek öğretmeninizden destek alınız.*

## Alıştırmalar III

**1.** Ali; pazar günü hava sıcaklığı 15 dereceden fazla, 20 derece ve 20 derecenin altında olursa ailesini pikniğe götürecektir.

**Sıcaklık "t" ile gösterilmek üzere pikniğe gitmek için uygun sıcaklık koşulunu veren eşitsizliği yazınız.**

**2.** Ses hızı yaklaşık 1234,98 km/sa.tir. Hareket eden bir cisim, ses hızını geçerse ses patlaması yaşanır. Zamanla doğru orantılı hızlanan bir jet uçağı harekete başladığı andan itibaren her dk. hızını 90 km arttırmaktadır.

**Buna göre**

**a) Jetin hareket ettiği süreye t (sa.) bağlı anlık hızı (km/sa.) veren fonksiyonun cebirsel ifadesini yazınız.**

**b) Ses patlamasının gerçekleşmesi için gerekli hızı ifade eden eşitsizliği yazınız.**

**3.** Bir tüccar, x TL'ye aldığı bir ürünü en az yüzde 20 kârla f(x) TL'ye satmaktadır.

**Buna göre bu durumu ifade eden eşitsizliği yazınız.**

**4.** Bir çalışana maaşına yapılacak zamma ilişkin aşağıda verilen iki seçenek sunulmuştur.
Birinci seçenek : Maaşının %35'i kadar zam
İkinci seçenek : 15000 TL zam

**Çalışan birinci seçeneğe karar verdiğine göre çalışanın maaşının en küçük tam sayı değerini bulunuz.**

**5.** Gerçek sayılarda $f(x) = 2x$ ve $\mathbb{R} - \{0\}$ da $g(x) = \frac{8}{x}$ şeklinde tanımlı f ve g fonksiyonları verilmiştir.

**Buna göre**

**a)** $\mathbf{f(x) = g(x)}$ **eşitliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

**b)** $\mathbf{f(x) > g(x)}$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

**6.** Bir olimpik havuzu suyla doldurmak için kullanılacak borunun yarıçap uzunluğu (r) ile havuzun dolum süresi (t) bilgileri aşağıda verilmiştir.

| **r (cm)** | 30 | 20 | 10 |
|---|---|---|---|
| **t (saat)** | 16 | 24 | 48 |

**Buna göre**

**a) Borunun yarıçap uzunluğu ile havuzun dolum süresi arasındaki orantı ilişkisini ve orantı sabitini bulunuz.**

**b) Borunun yarıçap uzunluğuna bağlı havuzun dolum süresini veren fonksiyonunun cebirsel temsilini yazınız.**

**c) $f(r) = 32$ denkleminin neyi ifade ettiğini açıklayınız ve denklemin çözüm kümesini bulunuz.**

**ç) $17 < f(r) \leq 20$ eşitsizliğinin neyi ifade ettiğini açıklayınız ve eşitsizliğin doğal sayılardaki çözüm kümesini yazınız.**

*Ek Alıştırma Soruları*

*Etkileşimli İçerik*

## 1. Tema Ölçme ve Değerlendirme

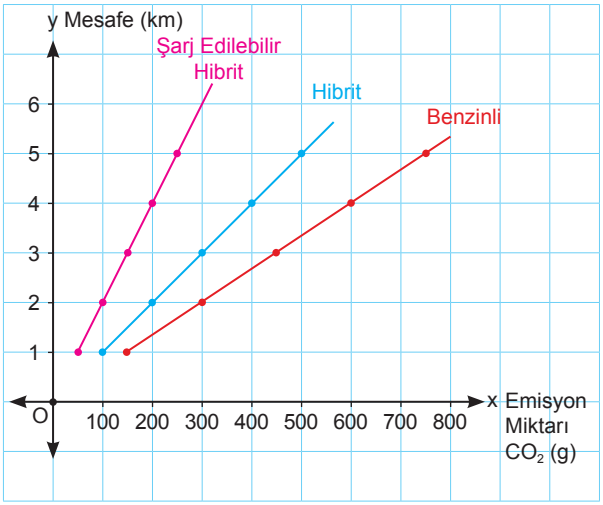
*Bu bölümde cevaplamanız için farklı soru tiplerinde 31 soru bulunmaktadır.*
*Ölçme ve değerlendirme bölümünün sonundaki ek sorulara karekod aracılığıyla ulaşabilirsiniz.*

***1-3. soruları aşağıda verilen açıklama, tablo ve grafiğe göre cevaplayınız.***

Yakıt türü seçiminin sera gazı emisyonları ve araç egzozlarından kaynaklanan hava kirlilik oranını etkilediği bilinmektedir. Yakıt tüketimi ile katedilen mesafe arasındaki ilişkinin anlaşılması, ulaştırma faaliyetlerinin çevresel etkisinin değerlendirilmesi ve yakıt verimliliği iyileştirmeleri; alternatif yakıtlar ve araç elektrifikasyonu yoluyla emisyonların azaltılmasına yönelik stratejiler geliştirilmesi açısından önemlidir.

Bu bilgiler ışığında aşağıda verilen elektronik tabloda aynı markaya ait benzinli, hibrit ve şarj edilebilir hibrit araçlara ait $CO_2$ emisyon grafikleri verilmiştir.

| **Emisyon Miktarı** | **Mesafe (km)** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **Benzinli $CO_2$ (g)** | 150 | 300 | 450 | 600 | 750 |
| **Hibrit $CO_2$ (g)** | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 |
| **Şarj Edilebilir Hibrit $CO_2$ (g)** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |

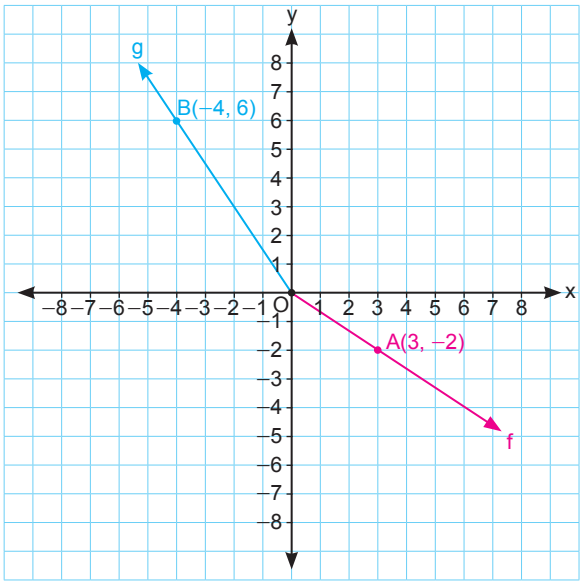



**1. Araçların mesafe-emisyon grafik temsillerinin eğimlerini hesaplayınız.**

**2. Araçların mesafe-emisyon grafiklerine ilişkin fonksiyonlarının cebirsel temsillerini yazınız.**

**3. Hangi aracın tercih edilmesinin <u>daha</u> çevreci bir yaklaşım olacağını belirtiniz.**

***4-8. soruları aşağıdaki dik koordinat sisteminde verilen f ve g fonksiyonlarının grafik temsillerine göre cevaplayınız.***




**4. Fonksiyonların grafik temsillerine göre tanım ve görüntü kümelerini bulunuz.**

**5. Fonksiyonların işaretini bulunuz.**

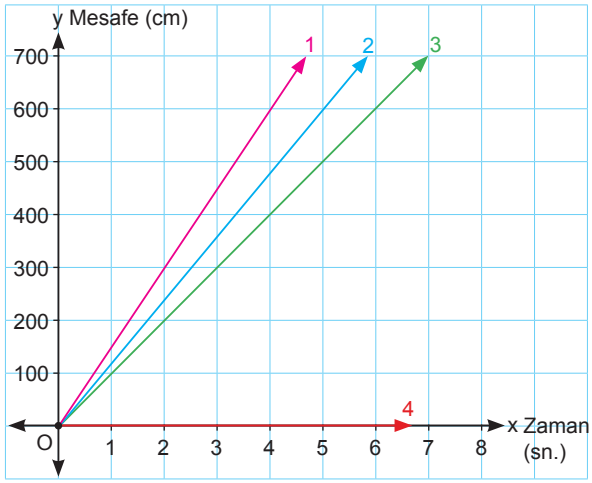
**6. Fonksiyonların artanlığı-azalanlığını inceleyerek açıklayınız.**

**7. Fonksiyonların grafik temsillerinin eğimlerini bulunuz.**

**8. Fonksiyonların cebirsel temsilini yazınız.**

***9-15. soruları aşağıdaki açıklama ve grafiğe göre cevaplayınız.***

Aşağıdaki dik koordinat sisteminde 100 m atletizm koşusunda yarışan üç koşucunun ve koşuyu başlatan bir hakemin zamana (sn.) bağlı aldıkları mesafelere (cm) ait fonksiyonların grafikleri verilmiştir. Başlama düdüğüyle başlangıç noktasından koşuya başlayan koşucular, sabit hızla hareket ederek 100 m koşusunu tamamlamışlardır.




**9. Grafikleri verilen fonksiyonların hangi orantı ilişkisine karşılık geldiğini açıklayınız ve orantı sabitlerini bulunuz.**

**10. Fonksiyonların grafik temsillerinin eğimlerini bulunuz.**

**11. Koşucuların ve hakemin zamana (sn.) bağlı konumlarındaki (cm) değişimi gösteren fonksiyonları cebirsel olarak ifade ediniz.**

**12. Koşucularla hakemin hızlarını, bulduğunuz orantı sabitleri ve grafiklerin eğimleriyle karşılaştırınız.**

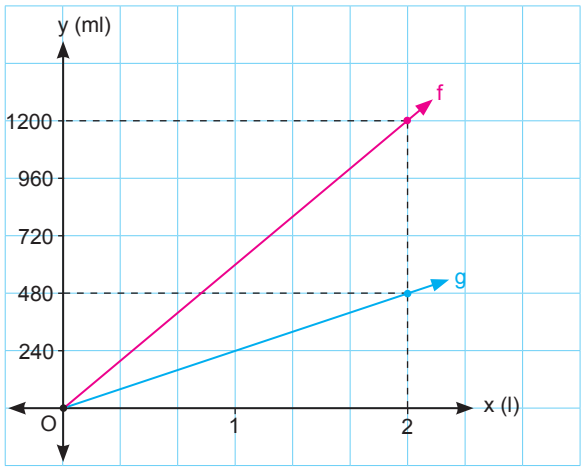
**13. Hakemin kaç numaralı grafikle gösterildiğini bulunuz.**

**14. Yarışı kazanan koşucunun kaç numaralı grafikle gösterildiğini bulunuz.**

**15. 2 numaralı grafikle gösterilen koşucunun hangi zaman aralığında koşuyu tamamladığını bulunuz.**

***16-19. soruları aşağıdaki açıklama ve grafiğe göre cevaplayınız.***

Bir dondurmacının meyveli dondurmada kullandığı süt miktarını (ml) temsil eden f ve meyve suyu miktarını (ml) temsil eden g fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir. $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere f ve g fonksiyonu sırasıyla $f(x) = ax$ ve $g(x) = bx$ şeklinde temsil edilmektedir.




**16. $f(x) = ax$ ifadesindeki a değerini bulunuz.**

**17. g fonksiyonunun cebirsel ifadesini yazınız.**

**18. Dondurmacının elindeki 7 litre süt ve 2,4 litre meyve suyu ile en fazla kaç litre dondurma yapabileceğini bulunuz.**

**19. $f(x) - g(x) > 1800$ eşitsizliğinin çözüm kümesinin neyi ifade ettiğini açıklayınız.**

***20-23. soruları aşağıdaki bilgiden yararlanarak cevaplayınız.***

Genel ağ bant genişliği, birim zamanda indirilen dosya büyüklüğünü ifade eder ve birimi Mbps'dir (saniye başına Megabit). Örneğin bir genel ağ aboneliğinin bant genişliğinin 50 Mbps olması, sn.de 50 megabit dosya indirildiği anlamına gelir.

**20.** A, B ve C aboneliklerine ait genel ağ bant genişliği sırasıyla 50, 160 ve 200 Mbps'dir.

| Abonelikler | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Bant Genişliği (Mbps) | 50 | 160 | 200 |
| Zaman (sn.) | | | |

**Her bir aboneliğin 100 megabaytlık bir dosyayı kaç saniyede indireceğini bulunuz ve sonuçları tabloya yazınız. (1 megabayt = 8 megabit)**

**21. Sabit boyutlu bir dosyayı indirmek için geçen zaman (sn.) ile genel ağ bant genişliği (Mbps) arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.**

**22. Sabit boyutlu (k, k $\in \mathbb{R}$) dosyayı indirmek için geçen zaman (t) ile genel ağ bant genişliği (V) arasındaki ilişkiyi gösteren fonksiyonu cebirsel olarak ifade ediniz.**

**23. Aşağıda verilen örneklerin hangisinde bant genişliği ve zaman arasındaki ilişkiye benzer bir orantı ilişkisi vardır?**

A) Aynı hızda yürüyen bir grup insanın toplam adım sayısı ve harcadıkları kalori (kcal)
B) Aynı birim fiyat üzerinden satılan ürün adedi ve ödenen toplam ücret (TL)
C) Sabit yakıt tüketimi olan bir aracın katettiği mesafe (km) ve yakıt tüketimi (l)
D) Sabit bir iş gücüyle çalışan işçi sayısı ve işi bitirme süresi (dk.)
E) Rüzgâr türbinlerinin ürettiği enerji miktarı (kWh) ve rüzgâr hızı (km/sa.)

***24-26. soruları aşağıdaki açıklama ve görsele göre cevaplayınız.***

m (kg) kütleli bir cisme F (newton) kuvvet uygulanırsa cisim a m/sn. ivmeyle hızlanır. Cisme uygulanan kuvvet, cismin kütlesiyle ivmenin çarpımına eşittir $(F = m \cdot a)$. Aşağıda kaleci İlker'in top fırlatma makinesiyle antrenman yaptığı görülmektedir. Makine, içine konulan farklı ağırlıktaki topları 20 N'luk bir kuvvet uygulayarak fırlatmaktadır.



**24. Makine, 0,4 kg'lık bir topu kaç m/sn. ivmeyle fırlatır?**

A) 18 B) 20 C) 40 D) 50 E) 55

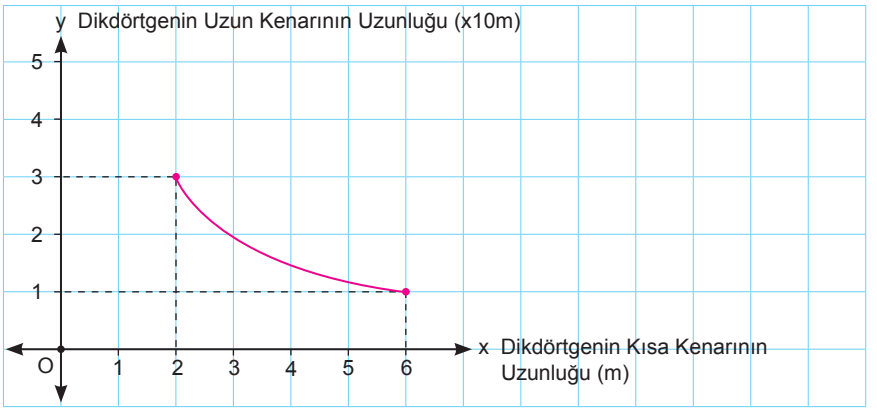
**25.** Kaleci, 40 m/sn.den küçük ivmeyle fırlatılan topları yakalayabilmektedir.

**Bu durumu ifade eden eşitsizliği yazınız.**

**26. 25. soruda elde ettiğiniz eşitsizliğin çözüm kümesini bulup bu kümenin ne anlama geldiğini açıklayınız.**

***27-29. soruları aşağıdaki açıklama ve grafiğe göre cevaplayınız.***

Bir mimar, yeşil bina projesi kapsamında taban alanı sabit ve 60 $m^2$ olan dikdörtgen şeklinde hobi odaları tasarlamaktadır. Tasarlanacak odanın kısa kenarının uzunluğu x metre ile uzun kenarının uzunluğu y metre arasında ters orantılı bir ilişki olduğu biliniyor. Mimar estetik gerekçelerle kısa kenar uzunluğu için belirlediği alt sınır 2 m, üst sınır 6 m'dir. Aşağıdaki grafik, bu hobi odasının kısa kenar uzunluğuna bağlı olarak uzun kenar uzunluğundaki değişimi göstermektedir.




**27. Grafikten faydalanarak orantı sabitini, bağımlı değişkeni, bağımsız değişkeni ve fonksiyonun tanım kümesini belirleyiniz.**

**28. Dikdörtgenin kısa kenar ile uzun kenar arasındaki ilişkiyi temsil eden matematiksel ifadeyi yazınız.**

**29. Dikdörtgenin kısa kenar uzunluğunun 5 m olması durumunda bahçenin çevre uzunluğunun kaç m olacağını bulunuz.**

***30-31. soruları aşağıdaki açıklama ve grafiğe göre cevaplayınız.***

Aşağıda aynı zamanda kurulan A ve B şirketlerinin 8 aylık zaman dilimindeki piyasa değerini gösteren grafiği verilmiştir. A şirketinin piyasa değeri zamanla doğrusal olarak artarken B şirketinin piyasa değeri zamanla ters orantılı olarak azalmaktadır.

**30. B şirketinin piyasa değerinin A şirketinin piyasa değerinden az olduğu durumu ifade eden eşitsizliği yazınız.**

**31. 30. soruda yazdığınız eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.**

*Ek Ölçme ve Değerlendirme Soruları*

# 2. TEMA GEOMETRİK ŞEKİLLER

► **Anahtar Kavramlar**

- çokgen
- deltoid
- dışbükey çokgen
- dikdörtgen
- düzgün çokgen
- eşkenar dörtgen
- kare
- köşegen
- paralelkenar
- simetri
- yamuk

► **Sembol ve Gösterimler**

- $\perp$
- $/\!/$
- $AB$
- $[AB]$
- $|AB|$
- $A(ABCD)$
- $Ç(ABCD)$


**2.1.** Dörtgenlerin Açı, Kenar, Köşegen, Simetri ve Alan Özellikleri

**2.2.** Çokgenlerin Kenar, Açı ve Köşegen Özellikleri


► **Bu temada sizden**

- üçgenlerde açı, benzerlik ve alan özelliklerinden yola çıkarak dörtgenlerin açı, kenar, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin çıkarım yapabilmeniz;
- çokgenlerin kenar, açı ve köşegen özelliklerine ilişkin çıkarım yapabilmeniz

**beklenmektedir.**

Tema boyunca sizden performans görevini yerine getirmeniz, çalışma kâğıdındaki sorular ile ölçme ve değerlendirme sorularını çözmeniz istenmektedir.

2. Tema
Karekodu

2. Tema
Sunusu



**Başlarken**

Dörtgen ve çokgenlerin geometrik yapıları; üçgenin temel ve yardımcı elemanları, üçgende eşlik ve benzerlik ile üçgenin alanı kavramları üzerine temellendirilmiştir. Gerçek hayatta dörtgen ve çokgenler mimarlık, matematik ve bilgisayar bilimleri, işlevsel ve estetik tasarımlar, coğrafya ve sanat gibi birçok alanda kullanılmaktadır.

## Ön Değerlendirme

*Geometrik şekiller temasıyla ilgili ön bilgilerinizi ölçmek amacıyla aşağıda verilen soruları cevaplayınız.*

**1. Aşağıda maddeler hâlinde verilen geometrik şekillerden uygun olanları boş bırakılan numaralandırılmış yerlere yazınız.**

a) dikdörtgen b) düzgün altıgen c) yamuk ç) kare d) paralelkenar e) eşkenar dörtgen f) düzgün beşgen g) ikizkenar yamuk

1 (.....) Karşılıklı kenarları birbirine paralel ve karşılıklı kenar uzunlukları eşit olan dörtgendir.

2 (.....) Tüm kenar uzunlukları birbirine eşit olan dörtgendir.

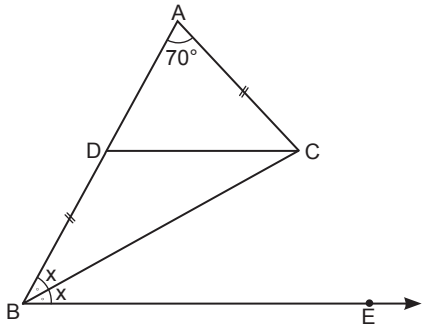
3 (.....) Tüm kenar uzunlukları ve açı ölçüleri birbirine eşit olan düzgün dörtgendir.

4 (.....) En az iki kenarı birbirine paralel olan dörtgendir.

5 (.....) Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit ve iç açılarının ölçüsü 90° olan dörtgendir.

6 (.....) Tüm kenar uzunlukları eşit ve tüm iç açı ölçüleri 120° olan çokgendir.

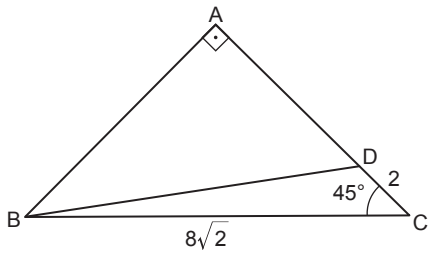
**2.**




Yandaki şekilde A, D, B noktaları doğrusal; $|AC| = |BD|$, $[DC] \parallel [BE$ ve $m(\widehat{BAC}) = 70°$ dir.

**$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{CBE}) =$ x olduğuna göre x in kaç derece olduğunu bulunuz.**

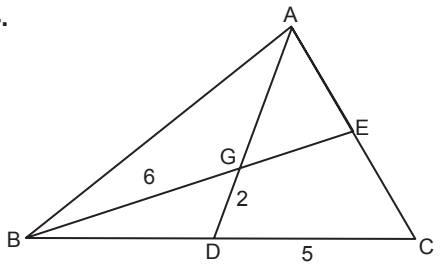
**3.**




Yandaki ABC dik üçgeninde $[AB] \perp [AC]$, $m(\widehat{ACB}) = 45°$, $|DC| = 2$ birim ve $|BC| = 8\sqrt{2}$ birimdir.

**Buna göre ABD üçgeninin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

**4.**




Yandaki ABC üçgeninin ağırlık merkezi G; $|DC| = 5$ birim, $|BG| = 6$ birim ve $|GD| = 2$ birimdir.

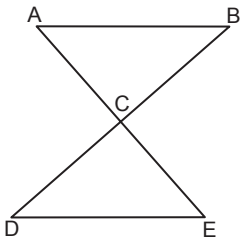
**Buna göre**

**a) $|BD|$ nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

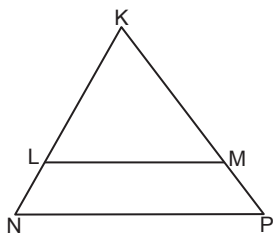
**b) $|AG|$ nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**c) $|GE|$ nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

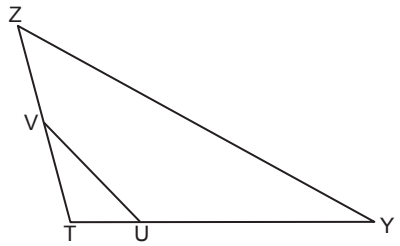
**5.** Aşağıda verilen üçgenlerden eş veya benzer olanları belirleyiniz.




$[AB] \parallel [DE]$
$|AC| = |CE|$




$[LM] \parallel [NP]$
$|KL| = 3|LN|$

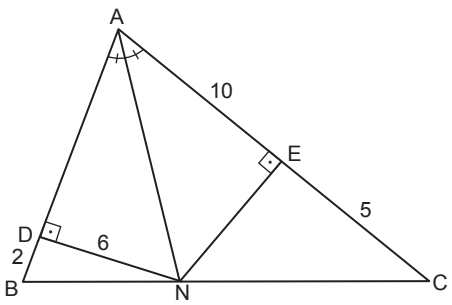



$|TU| = 2$ cm, $|UY| = 7$ cm
$|VZ| = |VT| = 3$ cm

**Eş veya benzer üçgenlerin gösterimini, hangi koşula göre eş veya benzer olduğunu ve benzerlik oranını aşağıdaki tabloda ilgili kısma yazınız.**

| Eş/Benzer Üçgenlerin Gösterimi | Eşlik/Benzerlik Koşulu | Benzerlik Oranı |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |

**6.**




Yandaki ABC üçgeninde $[AN]$, $\widehat{BAC}$ nın iç açıortayı, $N \in [BC]$; $[ND] \perp [AB]$, $[NE] \perp [AC]$, $|DB| = 2$ birim, $|AE| = 10$ birim, $|EC| = 5$ birim ve $|DN| = 6$ birimdir.

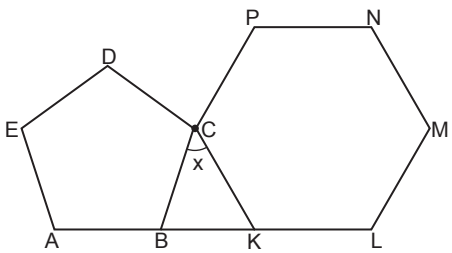
**Buna göre**

**a)** $|NE|$ **nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**b)** $|AD|$ **nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**c)** $\dfrac{|BN|}{|NC|}$ **değerini bulunuz.**

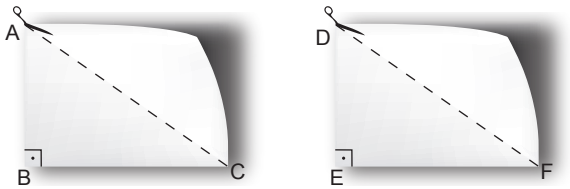
**7.**




Yandaki şekilde ABCDE düzgün beşgen, KLMNPC düzgün altıgen ve $m(\widehat{BCK}) = x$ tir.

**A, B, K, L noktaları doğrusal olduğuna göre x in kaç derece olduğunu bulunuz.**

# 2.1. DÖRTGENLERİN AÇI, KENAR, KÖŞEGEN, SİMETRİ VE ALAN ÖZELLİKLERİ




Yandaki şekilde birbirine eş, dik üçgen şeklinde kesilmiş iki kâğıt verilmiştir. $\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$, $[AB] \perp [BC]$ ve $[DE] \perp [EF]$ olduğuna göre aşağıdaki soruların cevaplarını arkadaşlarınızla tartışınız.

**1.** İki kâğıdın AC ve DF kenarları boyunca A ile F ve C ile D noktaları çakıştırıldığında nasıl bir dörtgen oluşur? Oluşan bu dörtgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı, kenar uzunlukları ve köşegen uzunluklarıyla ilgili neler söylenebilir?

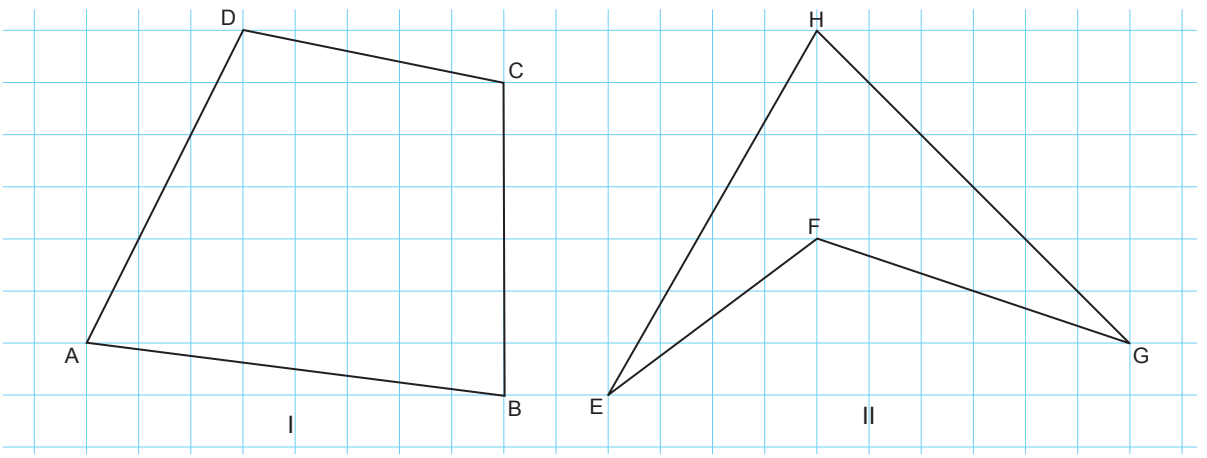
**2.** İki kâğıdın AC ve DF kenarları boyunca A ile D ve F ile C noktaları çakıştırıldığında nasıl bir dörtgen oluşur? Oluşan bu dörtgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı, kenar uzunlukları, köşegen uzunlukları ve simetri ekseniyle ilgili neler söylenebilir?

**3.** İki kâğıdın AB ve ED kenarları boyunca A ile E ve B ile D noktaları çakıştırıldığında nasıl bir dörtgen oluşur? Oluşan bu dörtgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı, kenar uzunlukları ve köşegen uzunluklarıyla ilgili neler söylenebilir?

Dörtgenler, köşegen çizmek suretiyle daha yönetilebilir parçalar olan üçgenlere ayrıştırılabilir ve bu sayede üçgenlere ait açı, kenar, köşegen, simetri ve alan özellikleri kullanılarak dörtgenlerin özellikleri hakkında çıkarım yapmak mümkün olur.

## 1. UYGULAMA Dörtgenlerin Sınıflandırılması

Aşağıda verilen birimkareli zemin üzerindeki dörtgenleri inceleyerek soruları cevaplayınız.



**1.** Verilen dörtgenlerden hangisinin herhangi bir iç açısının ölçüsü 180° den büyüktür? Bu durum, iki dörtgen arasında nasıl bir farklılık oluşturmaktadır?

**2.** Verilen dörtgenlerin köşegenlerini çiziniz. Hangi dörtgenin iki köşegeninin de dörtgenin iç bölgesinde kaldığını yazınız.

**3.** 1 ve 2. maddelerde yaptığınız incelemeler ve sorulara verdiğiniz cevaplardan hareketle bu dörtgenlerin benzer ve farklı özelliklerini yazınız.

**Zihinde Kalanlar**

Dörtgenler;

- tüm iç açı ölçülerinin 180° den küçük veya en az bir iç açı ölçüsünün 180° den büyük olmasına,
- köşegenlerinin çokgenin iç bölgesinde kalması veya en az bir köşegeninin bazı noktalarının çokgenin dış bölgesinde kalmasına

göre ikiye ayrılır.

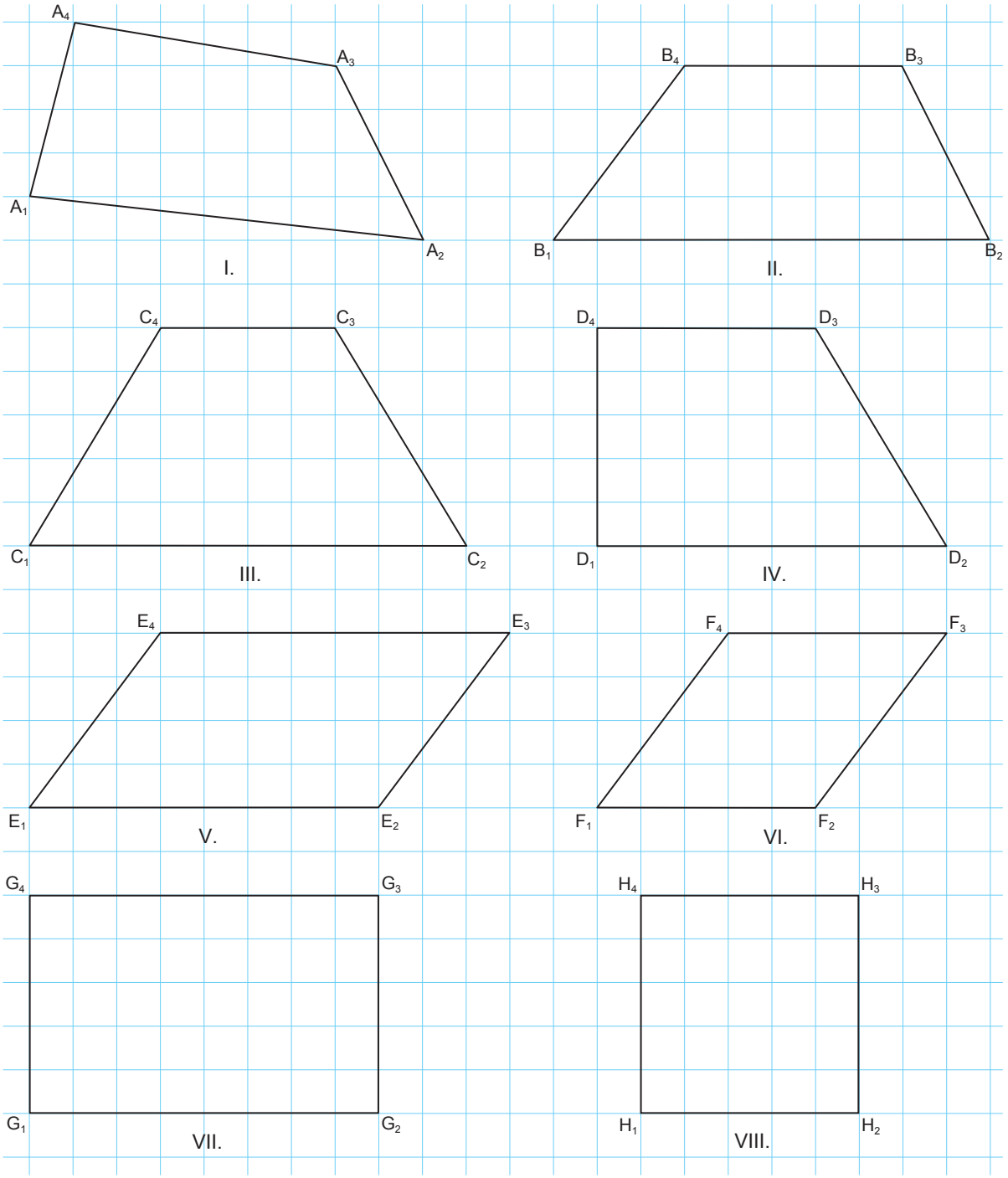
Dörtgen, en az bir iç açısının ölçüsü 180° den büyükse veya en az bir köşegeninin bazı noktaları çokgenin dış bölgesinde kalıyorsa içbükeydir (konkav).

Dörtgen, tüm iç açılarının ölçüsü 180° den küçükse veya her iki köşegeni de dörtgenin iç bölgesinde kalıyorsa dışbükeydir (konveks).

*2.1. bölümü boyunca sadece dışbükey dörtgenlere ait özellikler incelenecektir.*

## 2. UYGULAMA Dörtgenlerin Açı ve Kenar Özellikleri

Aşağıda birimkareli zemin üzerinde paralelkenar, yamuk, dik yamuk, ikizkenar yamuk, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve dörtgen verilmiştir. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.




**1.** Birimkareli zemin üzerinde numaralarla belirtilen geometrik şekillerin adlarını aşağıya yazınız.

I. II. III. IV.

V. VI. VII. VIII.

**2.** Bu geometrik şekillerin açı ve kenar özelliklerine ilişkin aşağıda bazı ifadeler verilmiştir. Verilen geometrik şekillerden bu ifadeleri sağlayanlara ilişkin varsayımlarınızı belirleyiniz.

**a)** İç açılarının ölçüleri toplamının 360° olması

**b)** Dış açılarının ölçüleri toplamının 360° olması

**c)** Herhangi iki iç açısının ölçülerinin eşit olması

**ç)** Karşılıklı iki iç açısının ölçülerinin eşit olması

**d)** Ardışık herhangi iki açısının bütünler açı olması

**e)** Ardışık tüm açılarının bütünler açı olması

**f)** Tüm açı ölçülerinin eşit olması

**g)** En az iki kenarının birbirine paralel olması

**ğ)** Karşılıklı kenarlarının birbirine paralel olması

**h)** En az iki kenarının uzunluklarının birbirine eşit olması

**ı)** Karşılıklı kenarlarının uzunluklarının eşit olması

**i)** Tüm kenarlarının uzunluklarının eşit olması

Varsayımlarınızdan hareketle verilen ifadeleri sağlayan geometrik şekiller için aşağıdaki tabloda ilgili boşluğa örneklerdeki gibi "✓" işareti koyunuz.

| Geometrik Şekiller | a) | b) | c) | ç) | d) | e) | f) | g) | ğ) | h) | ı) | i) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Dörtgen | ✓ | | | | | | | | | | | |
| Yamuk | | | | | | | | | | | | |
| İkizkenar Yamuk | | | | | | | | ✓ | | | | |
| Dik Yamuk | | | | | | | | | | | | |
| Paralelkenar | | | | | | ✓ | | | | | | |
| Eşkenar Dörtgen | | | | | | | | | | | | ✓ |
| Dikdörtgen | | | | | | | | | | | | |
| Kare | | | | | | | | | | | | |

**3.** Verilen geometrik şekillerin birer köşegenlerini çizerek şekli iki üçgene ayırınız. Üçgende açı özelliklerini ("Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir." vb.), eşlik ya da benzerlik koşullarını (K.K.K. Eşliği, A.A. benzerliği vb.) ve benzerlik teoremlerini kullanarak belirlediğiniz varsayımlardan genellemeler oluşturup arkadaşlarınızla paylaşınız. Oluşturduğunuz genellemeleri aşağıdaki tabloya örnekteki gibi yazınız.

| Geometrik Şekiller | Oluşturduğunuz Genellemeler |
|---|---|
| Dörtgen | • Her bir dörtgen iki üçgene ayrılabildiği için dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı, üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamının iki katıdır. |
| Yamuk | |
| İkizkenar Yamuk | |

| | |
|---|---|
| **Dik Yamuk** | |
| **Paralelkenar** | |
| **Eşkenar Dörtgen** | |
| **Dikdörtgen** | |
| **Kare** | |

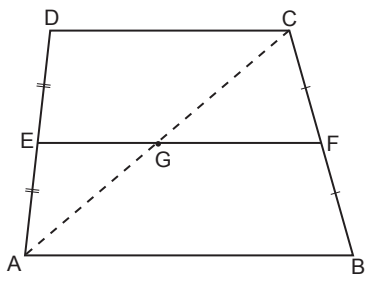
**4.** Öğretmeninizin rehberliğinde bilgisayar veya etkileşimli tahtada matematik yazılımı kullanarak farklı dörtgenler çiziniz. Varsayımlarınız ile genellemelerinizi karşılaştırmak için çizdiğiniz dörtgenlerin iç açılarının ölçülerini ve kenar uzunluklarını hesaplayarak incelemeler yapınız. Yaptığınız incelemelerden hareketle genellemelerinizin her birini bir önerme olarak aşağıdaki tabloya örnekteki gibi yazınız.

| Geometrik Şekiller | Oluşturduğunuz Genellemeler |
|---|---|
| **Dörtgen** | • Dörtgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir. |
| **Yamuk** | |
| **İkizkenar Yamuk** | |

| | |
|---|---|
| **Dik Yamuk** | |
| **Paralelkenar** | |
| **Eşkenar Dörtgen** | |
| **Dikdörtgen** | |
| **Kare** | |

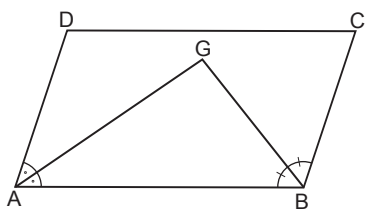
**5.** Öğretmeninizin rehberliğinde beşerli gruplara ayrılarak oluşturduğunuz önermeler arasından aşağıdaki durumlarla ilgili olanları değerlendirerek yeni önermeler oluşturunuz ve bu önermeleri boş bırakılan yerlere yazınız.

**a)**




Yandaki ABCD yamuğunda orta taban uzunluğu $|EF|$ ile birbirine paralel olan AB ve DC kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi ifade eden önerme (Üçgenlerin benzerliğini kullanınız.): ....
.....
.....
.....
.....
.....

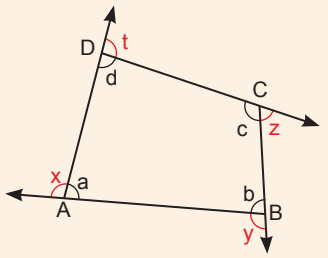
**b)**




Yandaki ABCD paralelkenarının iç açıortayları $[AG]$ ve $[BG]$ nın oluşturduğu $\widehat{AGB}$ nın ölçüsünü ifade eden önerme (Paralelkenarın açı özelliklerini kullanınız.): .....
.....
.....
.....
.....

## Zihinde Kalanlar

- **DÖRTGEN**




Dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

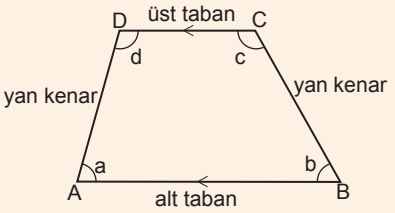
Dörtgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

Yandaki ABCD dörtgeninin iç açılarının ölçüleri a, b, c, d ve dış açılarının ölçüleri x, y, z, t olmak üzere

$a + b + c + d = 360^\circ$

$x + y + z + t = 360^\circ$ dir.

- **YAMUK**

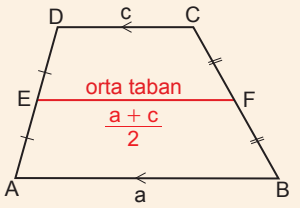



Yamuğun en az iki kenarı birbirine paraleldir. Bu kenarlar yamuğun alt ve üst tabanlarıdır.

Yamuğun ardışık alt ve üst taban açıları bütünlerdir.

Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \,//\, [DC]$ ve yamuğun iç açılarının ölçüleri a, b, c, d olmak üzere

$a + d = 180^\circ$ ve $b + c = 180^\circ$ dir.



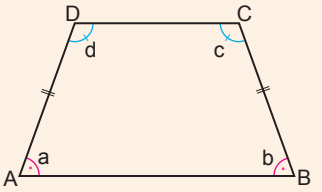

Yamuğun AD ve BC kenarlarının orta noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen orta tabanın uzunluğu, alt ve üst taban uzunluklarının toplamının yarısıdır.

Yandaki ABCD yamuğunun yan kenarlarının orta noktaları E ve F, $|AB| = a$ birim ve $|DC| = c$ birim olmak üzere

$|EF| = \dfrac{a + c}{2}$ dir.

- **İKİZKENAR YAMUK**

İkizkenar yamuğun yan kenar uzunlukları birbirine, alt taban açı ölçüleri birbirine, üst taban açı ölçüleri birbirine eşittir.

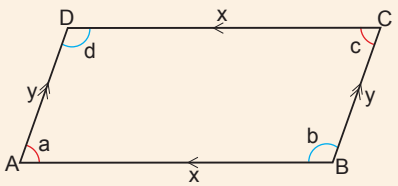



Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunda $|AD| = |BC|$ dur. ABCD yamuğunun iç açılarının ölçüleri a, b, c, d olmak üzere

$a = b$

$c = d$ dir.

- **PARALELKENAR**




Paralelkenarın ardışık açıları bütünler, karşılıklı açılarının ölçüleri eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel ve eşit uzunluktadır.

Yandaki ABCD paralelkenarında $[AB] \,//\, [DC]$, $[AD] \,//\, [BC]$, $|AB| = |CD| = x$ birim ve $|AD| = |BC| = y$ birimdir.

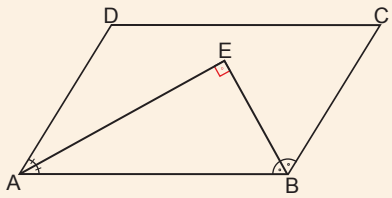
ABCD paralelkenarının iç açılarının ölçüleri a, b, c, d olmak üzere

$a + b = 180^\circ$

$b + c = 180^\circ$ ve $a = c$

$c + d = 180^\circ$ $b = d$ dir.

$d + a = 180^\circ$

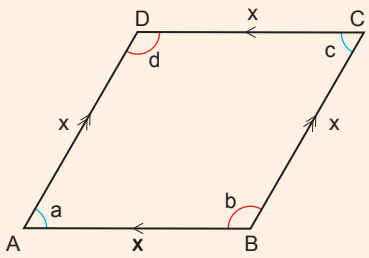



Paralelkenarda ardışık açıların iç açıortayları dik kesişir.

Yandaki ABCD paralelkenarında $[AE]$ ve $[BE]$ sırasıyla A ve B açılarına ait iç açıortaylar olmak üzere

$[AE] \perp [BE]$ dır.

- **EŞKENAR DÖRTGEN**




Eşkenar dörtgen, tüm kenar uzunlukları birbirine eşit olan bir paralelkenardır. Bu nedenle paralelkenarın açı ve kenar özelliklerini sağlar.

Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde $[AB] \parallel [DC], [AD] \parallel [BC]$ ve eşkenar dörtgenin iç açılarının ölçüleri a, b, c, d olmak üzere

$a + b = 180°$

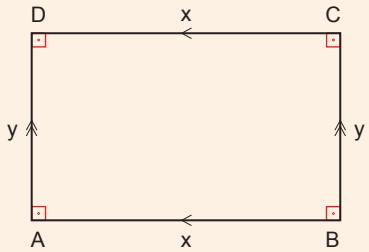
$b + c = 180°$ $\quad a = c$

$c + d = 180°$ $\quad b = d$

$d + a = 180°$

$|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = x$ birimdir.

- **DİKDÖRTGEN**




Dikdörtgen, bir açısının ölçüsü 90° olan paralelkenardır. Bu nedenle paralelkenarın açı ve kenar özelliklerini sağlar.

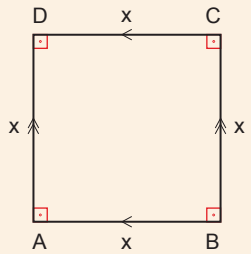
Yandaki ABCD dikdörtgeninde

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{D}) = 90°$

$[AB] \parallel [DC]$ ve $[AD] \parallel [BC]$

$|AB| = |DC| = x$ birim ve $|BC| = |AD| = y$ birimdir.

- **KARE**




Kare, bir açısının ölçüsü 90° olan eşkenar dörtgendir. Bu nedenle eşkenar dörtgenin açı ve kenar özelliklerini sağlar.

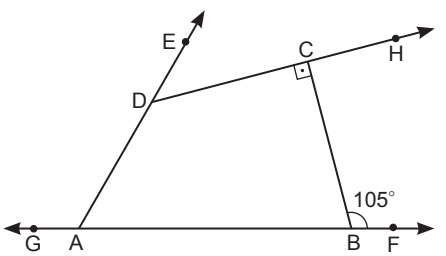
Yandaki ABCD karesinde

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{D}) = 90°$

$[AB] \parallel [DC]$ ve $[AD] \parallel [BC]$

$|AB| = |BC| = |CD| = |AD| = x$ birimdir.

**1. ÖRNEK**



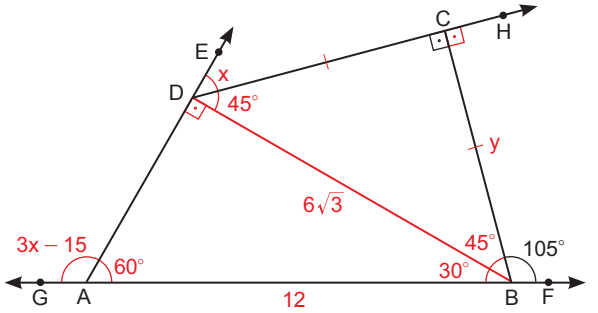

Yandaki ABCD dörtgeninde A, D, E ve G, A, B, F noktaları doğrusal; $[DC] \perp [BC], m(\widehat{CBF}) = 105°$ ve $3 \cdot m(\widehat{CDE}) - 15° = m(\widehat{DAG})$ dür.

**Buna göre**

**a) $m(\widehat{DAF})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b) ABCD dörtgeninde $|CD| = |BC| = y$ birim ve $|AB| = 12$ birim ise y değerini bulunuz.**

**ÇÖZÜM**




**a)** Yandaki ABCD dörtgeninin dış açı ölçüleri toplamı 360° olduğundan $m(\widehat{CDE}) = x$ alınırsa

$3x - 15^\circ + x + 90^\circ + 105^\circ = 360^\circ$

$4x + 180^\circ = 360^\circ \Rightarrow 4x = 180^\circ \Rightarrow x = 45^\circ$

bulunur.

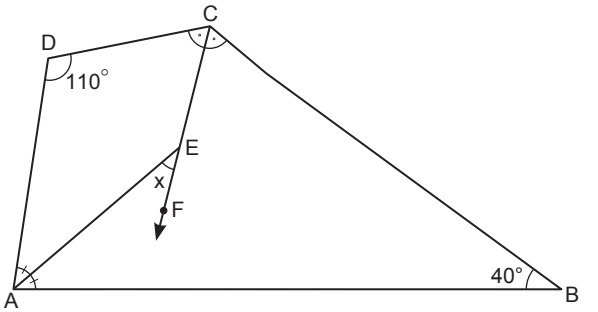
$m(\widehat{DAG}) = 3x - 15^\circ = 3 \cdot 45^\circ - 15^\circ \Rightarrow$

$m(\widehat{DAG}) = 135^\circ - 15^\circ = 120^\circ$

$m(\widehat{DAF}) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ bulunur.

**b)** Yukarıdaki ABCD dörtgeninde BD köşegeni çizilince $|CD| = |BC|$ ve $m(\widehat{DCB}) = 90^\circ$ olduğundan DCB ikizkenar dik üçgen olur. $m(\widehat{CBD}) = 45^\circ$ olduğundan $m(\widehat{DBA}) = 30^\circ$ bulunur. $m(\widehat{DAF}) = 60^\circ$ olduğundan ADB üçgeni $30^\circ$-$60^\circ$-$90^\circ$ üçgeni olur. $|AB| = 12$ birim ise $|BD| = 6\sqrt{3}$ birimdir. DCB üçgeni ikizkenar dik üçgen olduğundan $y\sqrt{2} = 6\sqrt{3} \Rightarrow y = 3\sqrt{6}$ birim bulunur.

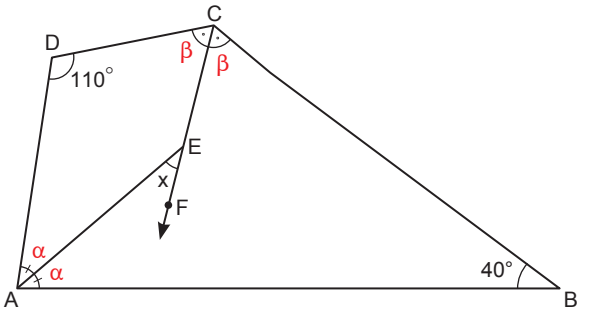
## 2. ÖRNEK




Yandaki ABCD dörtgeninde $[AE]$ ve $[CF$ iç açıortay, $m(\widehat{ADC}) = 110^\circ$, $m(\widehat{ABC}) = 40^\circ$ ve $m(\widehat{AEF}) = x$ tir.

**Buna göre x in kaç derece olduğunu bulunuz.**

**ÇÖZÜM**




Yandaki şekilde $m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{BAE}) = \alpha$ ve $m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{BCE}) = \beta$ olsun. ABCD dörtgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından

$2\alpha + 40^\circ + 2\beta + 110^\circ = 360^\circ$ dir.

Buradan $2\alpha + 2\beta = 210^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 105^\circ$ bulunur.

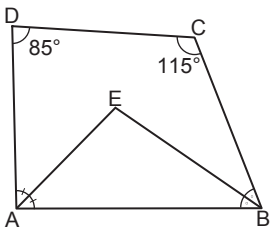
AECD dörtgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından $\alpha + \beta + 110^\circ + 180^\circ - x = 360^\circ$

$\Rightarrow 105^\circ + 110^\circ + 180^\circ - x = 360^\circ$

$\Rightarrow x = 35^\circ$ bulunur.

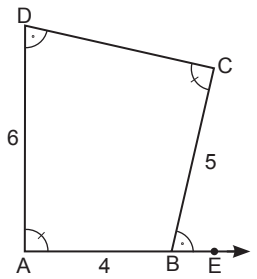
## 1. Sıra Sizde

**1.**




Yandaki ABCD dörtgeninde $[AE]$ ve $[EB]$ iç açıortay, $m(\widehat{ADC}) = 85^\circ$ ve $m(\widehat{DCB}) = 115^\circ$ dir.

**Buna göre $m(\widehat{AEB})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**2.** 

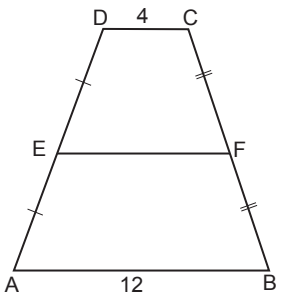

Yandaki ABCD dörtgeninde A, B, E noktaları doğrusal; $m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{CBE})$, $m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{DCB})$, $|AD| = 6$ cm, $|AB| = 4$ cm ve $|BC| = 5$ cm'dir.

**Buna göre**

**a) $m(\widehat{DCB})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b) $|CD|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

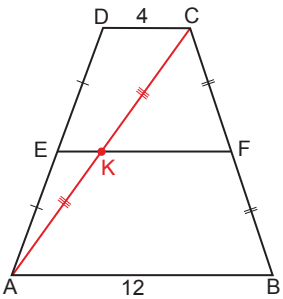
## 3. ÖRNEK




Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \,//\, [DC] \,//\, [EF]$, $|CD| = 4$ birim, $|AB| = 12$ birim ve $[EF]$ yamuğun orta tabanıdır.

**Buna göre $|EF|$nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM




Yandaki şekilde ABCD yamuğunun köşegeni $[AC]$ nın, $[EF]$nı kestiği nokta K olsun. $[AB] \,//\, [DC] \,//\, [EF]$ olduğundan ADC ve AEK üçgenleri benzerdir (A.A.).

O zaman $\frac{|CD|}{|EK|} = \frac{|AD|}{|AE|} \Rightarrow \frac{|CD|}{|EK|} = \frac{2}{1}$ eşitliğinden $|EK| = \frac{|CD|}{2}$ olur.

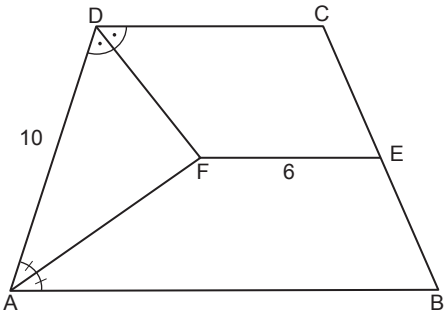
CAB ve CKF üçgenleri benzer (A.A.) olduğundan $\frac{|CA|}{|CK|} = \frac{|AB|}{|KF|} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{|AB|}{|KF|}$

eşitliğinden $|KF| = \frac{|AB|}{2}$ olur. Buradan orta taban uzunluğu

$|EF| = |EK| + |KF| = \frac{|AB|}{2} + \frac{|CD|}{2} = \frac{|AB| + |CD|}{2}$ elde edilir.

O hâlde $|EF| = \frac{4 + 12}{2} = 8$ birim bulunur.

## 4. ÖRNEK




Yandaki ABCD yamuğunda $[AF]$ ve $[DF]$ iç açıortay, $[AB] \mathbin{/\!/} [DC] \mathbin{/\!/} [FE]$, $|FE| = 6$ cm ve $|AD| = 10$ cm'dir.

**Buna göre**

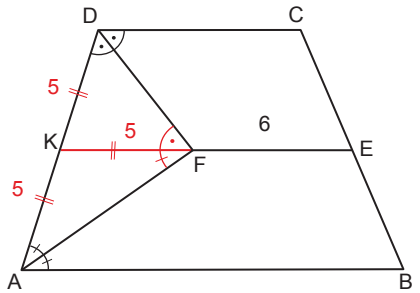
**a)** $m(\widehat{DFA})$**nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b)** $|AB| + |DC|$**nın kaç cm olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM

**a)** $[AF]$ ve $[DF]$ iç açıortay olduğundan $m(\widehat{ADF}) = m(\widehat{FDC}) = a$ ve $m(\widehat{DAF}) = m(\widehat{FAB}) = b$ olarak alınsın. ABCD yamuk olduğundan $m(\widehat{CDA}) + m(\widehat{DAB}) = 180°$ dir. Buna göre $2a + 2b = 180°$ olur. Buradan $a + b = 90°$ bulunur. DAF üçgeninde $m(\widehat{DFA}) + a + b = 180°$ dir. Buradan $m(\widehat{DFA}) = 90°$ elde edilir.

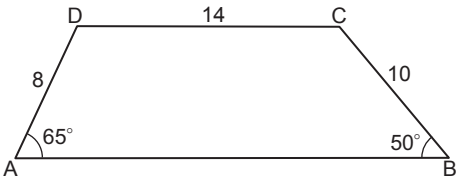
**b)**




Yandaki ABCD yamuğunda $[EF]$ doğrusal olacak biçimde uzatılır ve $[EF]$nın $[AD]$nı kestiği nokta K alınırsa $[CD] \mathbin{/\!/} [EK]$ olduğundan $m(\widehat{CDF}) = m(\widehat{DFK})$ bulunur. Bu durumda KDF ikizkenar üçgen olur ve $|DK| = |KF|$dir. $[AB] \mathbin{/\!/} [EK]$ olduğundan $m(\widehat{KAF}) = m(\widehat{FAB})$ bulunur. Bu durumda AKF ikizkenar üçgen olur ve $|AK| = |KF|$dur. Buradan $|AK| = |KF| = |KD| = 5$ cm'dir.

K, $[AD]$nın orta noktası ve $[AB] \mathbin{/\!/} [DC] \mathbin{/\!/} [FE]$ olduğundan $[KE]$nın yamuğun orta tabanı olduğu görülür. $|KE| = \dfrac{|AB| + |DC|}{2}$ olduğundan $11 = \dfrac{|AB| + |DC|}{2} \Rightarrow |AB| + |DC| = 22$ cm bulunur.

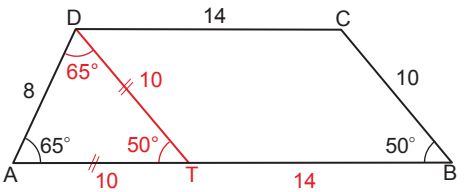
## 5. ÖRNEK




Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$, $m(\widehat{DAB}) = 65°$, $m(\widehat{ABC}) = 50°$, $|CD| = 14$ dm, $|BC| = 10$ dm ve $|AD| = 8$ dm'dir.

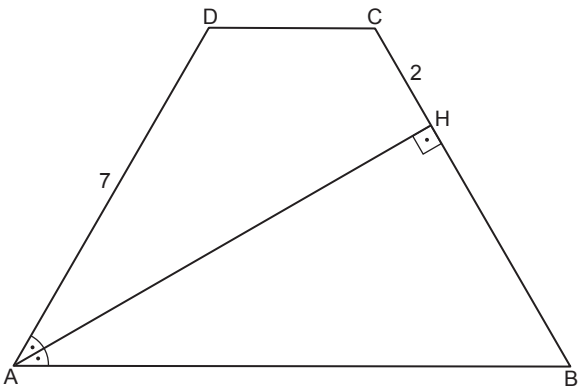
**Buna göre ABCD yamuğunun çevre uzunluğunun kaç dm olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM




Yandaki ABCD yamuğunda D noktasından $[BC]$na paralel olacak biçimde bir doğru parçası çizilsin ve bu doğru parçasının $[AB]$nı kestiği nokta T olsun. Bu durumda $|DT| = |BC|$ olduğundan $|DT| = 10$ dm ve $|TB| = 14$ dm olur. $\widehat{ATD}$ ve $\widehat{CBA}$ yöndeş olduğundan $m(\widehat{ATD}) = m(\widehat{CBA}) = 50°$ bulunur. ATD üçgeninin iç açı ölçüleri toplamından $m(\widehat{ADT}) = 65°$ olur ve ATD ikizkenar üçgen olduğundan $|AT| = |DT| = 10$ dm bulunur. Buradan $Ç(ABCD) = 8 + 14 + 10 + 24 = 56$ dm elde edilir.

## 6. ÖRNEK




Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$, $|AD| = |BC|$, $[AH] \perp [BC]$, $[AH]$ iç açıortay, $|AD| = 7$ cm ve $|CH| = 2$ cm'dir.

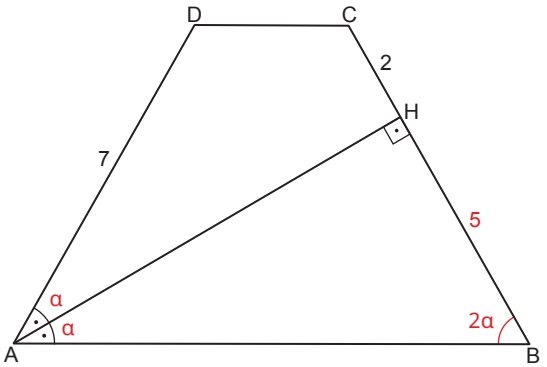
**Buna göre**

**a) $m(\widehat{ADC})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b) $|AB|$nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM

**a)**

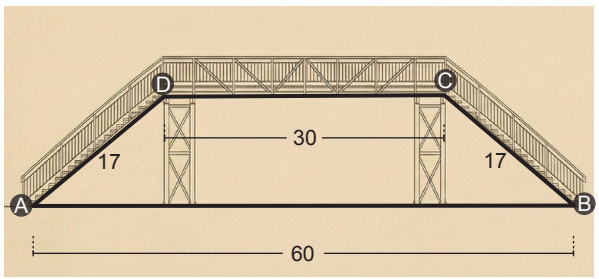



Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunda $m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{CBA})$dür. $m(\widehat{DAH}) = m(\widehat{HAB}) = \alpha$ alınırsa $m(\widehat{CBA}) = 2\alpha$ olur. AHB dik üçgeninde $\alpha + 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$ bulunur. O hâlde $m(\widehat{BAD}) = 60^\circ$ dir.

$m(\widehat{ADC}) + m(\widehat{BAD}) = 180^\circ$ olduğundan $m(\widehat{ADC}) + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow m(\widehat{ADC}) = 120^\circ$ elde edilir.

**b)** ABCD ikizkenar yamuk olduğundan $|AD| = |BC| = 7$ cm'dir. $|CH| = 2$ cm verildiğinden $|HB| = 5$ cm bulunur. AHB 30°-60°-90° üçgeni olduğundan $|AB| = 10$ cm bulunur.

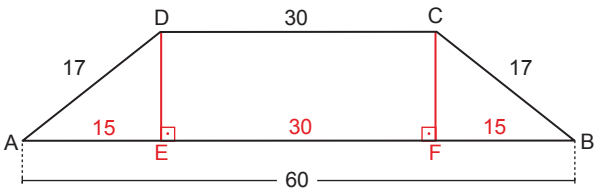
## 7. ÖRNEK




Yandaki görselde bir üst geçidin karşıdan görünümü ABCD ikizkenar yamuğu olarak modellenmiştir. A ve B merdivenlerin başlangıç noktaları, D ve C merdivenlerin bitiş noktaları olmak üzere $[AB] \parallel [DC]$, $|AD| = |BC| = 17$ m, $|CD| = 30$ m ve $|AB| = 60$ m'dir.

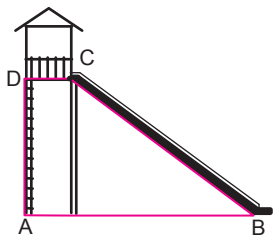
**Buna göre üst geçidin yüksekliğinin kaç m olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM




Yandaki ABCD ikizkenar yamuğuna DE ve CF dikmeleri çizilsin. DEFC bir dikdörtgen olduğundan $|EF| = 30$ m bulunur. ABCD ikizkenar yamuk olduğundan $|AE| = |FB| = \dfrac{60 - 30}{2} = 15$ m olur. DEA dik üçgeninde Pisagor teoremi kullanılarak $|DE|^2 + 15^2 = 17^2 \Rightarrow |DE|^2 + 225 = 289 \Rightarrow |DE|^2 = 64 \Rightarrow |DE| = 8$ m elde edilir.

## 8. ÖRNEK

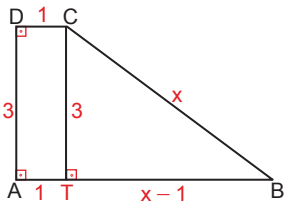



Emir Bey, torunu için bahçesine yaptırmak istediği kaydırağı yandaki gibi modellemiştir.

ABCD dik yamuk; $[DC] \parallel [AB]$, $|DA| \perp |AB|$, $|DC| = 1\,m$ ve $|AD| = 3\,m$'dir.

**$|BC| = |AB| = x$ m olduğuna göre x in kaç m olduğunu bulunuz.**

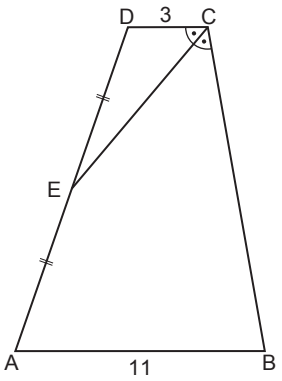
### ÇÖZÜM




Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunun C köşesinden AB tabanına çizilen dikme ayağı T olsun. ATCD dikdörtgen olduğundan $|AT| = 1\,m$ ve $|TC| = 3\,m$ bulunur. $|AB| = |BC| = x\,m$ olduğundan $|TB| = x - 1\,m$ olur. CTB dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa $3^2 + (x-1)^2 = x^2 \Rightarrow 9 + x^2 - 2x + 1 = x^2 \Rightarrow 10 - 2x = 0 \Rightarrow x = 5\,m$ bulunur.

## 2. Sıra Sizde

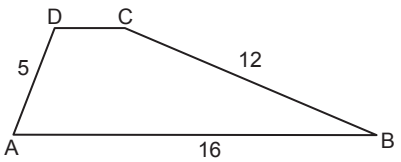
**1.**




Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$, $E \in [AD]$, $[CE]$ iç açıortay, $|AE| = |ED|$, $|CD| = 3$ birim ve $|AB| = 11$ birimdir.

**Buna göre $|BC|$nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

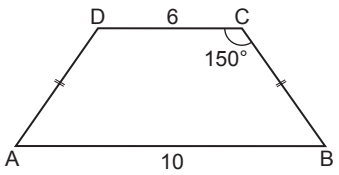
**2.**




Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$, $m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{ABC}) = 90°$, $|AD| = 5$ birim, $|AB| = 16$ birim ve $|BC| = 12$ birimdir.

**Buna göre $|CD|$nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

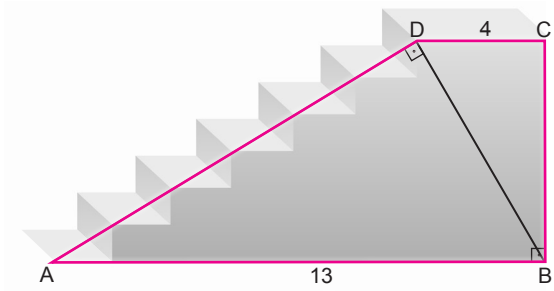
**3.**




Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$, $|AD| = |BC|$, $m(\widehat{BCD}) = 150°$, $|CD| = 6$ birim ve $|AB| = 10$ birimdir.

**Buna göre ABCD yamuğunun çevre uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**4.**



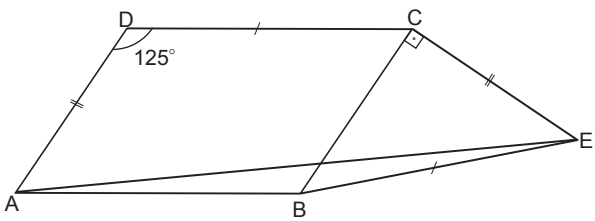

Lösemili çocuklara yardım için düzenlenen konserde sanatçıların şarkı söyleyeceği sahneye çıkan merdivenin yandan görüntüsü ABCD dik yamuğu olarak modellenmiştir. Merdivende $[AB] \perp [BC]$, $[DC] \perp [BC]$, $[AD] \perp [BD]$, $|AB| = 13$ birim ve $|DC| = 4$ birimdir.

**Buna göre**

**a) Merdivenin yüksekliğinin kaç birim olduğunu bulunuz.**

**b) Merdivende $|AD|$nun yaklaşık kaç birim olduğunu bulunuz.**
($\sqrt{13} \approx 3,6$ alınız.)

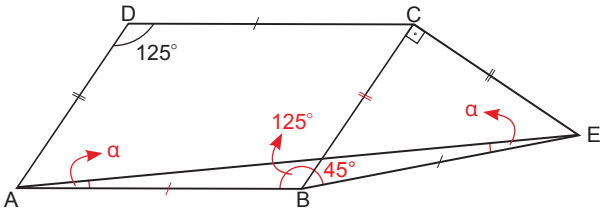
## 9. ÖRNEK




Yandaki şekilde ABCD paralelkenar, BCE dik üçgen, $m(\widehat{BCE}) = 90°$, $|AD| = |CE|$, $|CD| = |BE|$ ve $m(\widehat{ADC}) = 125°$ dir.

**Buna göre $m(\widehat{AEC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

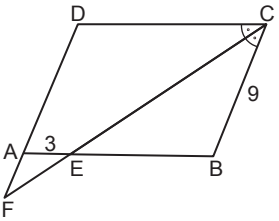
### ÇÖZÜM




Yandaki ABCD paralelkenarında $|CD| = |BE|$ verildiğinden $|CD| = |AB| = |BE|$ dur. Benzer şekilde $|AD| = |CE|$ verildiğinden $|AD| = |BC| = |CE|$ dur. Buradan BCE ve ABE üçgenleri ikizkenar üçgen olur.

BCE ikizkenar üçgeninde $m(\widehat{BCE}) = 90°$ olduğundan $m(\widehat{CBE}) = m(\widehat{BEC}) = 45°$ dir. $m(\widehat{ADC}) = 125°$ olduğundan $m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{ABC}) = 125°$ elde edilir. $m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{BEA}) = \alpha$ alınırsa ABE ikizkenar üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından $2\alpha + 125° + 45° = 180° \Rightarrow \alpha = 5°$ elde edilir. $m(\widehat{AEC}) = 45° - 5° = 40°$ bulunur.

## 10. ÖRNEK




Yandaki şekilde ABCD paralelkenar, $[CF]$ iç açıortay, $[CF] \cap [AB] = \{E\}$, $|BC| = 9$ cm, $|AE| = 3$ cm ve $|CF| = 20$ cm'dir.

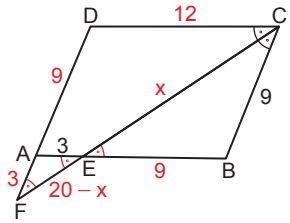
**Buna göre**

**a) Paralelkenarın çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**b) $|CE|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM

**a)**



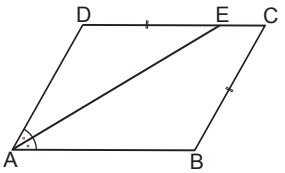

Yandaki şekilde iç ters açılardan $m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{CEB})$, $m(\widehat{DFC}) = m(\widehat{BCF})$ ve FEA ile BEC ters açılar olduğundan ölçüleri eşittir. Bu durumda BEC ve AEF, birer ikizkenar üçgen olduğundan $|EB| = 9$ cm olur. Buradan $Ç(ABCD) = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 12 = 42$ cm bulunur.

**b)** $|CE| = x$ cm alınırsa $|EF| = 20 - x$ cm olur. AFE ve BCE üçgenlerinin benzerliğinden (A.A.)

$$\frac{|AF|}{|BC|} = \frac{|FE|}{|CE|} \Rightarrow \frac{3}{9} = \frac{20-x}{x} \Rightarrow 3x = 180 - 9x \Rightarrow 12x = 180 \Rightarrow x = 15 \text{ cm bulunur.}$$

## 3. Sıra Sizde

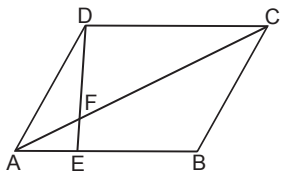
**1.**




Yandaki ABCD paralelkenarında D, E, C noktaları doğrusal; $[AE]$ iç açıortay, $|DE| = |BC|$ ve $|DE| = 3|EC|$ dur.

**Paralelkenarın çevre uzunluğu 42 cm olduğuna göre $|AD|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**2.**




Yandaki ABCD paralelkenarında $[AC] \cap [DE] = \{F\}$, $3|EB| = 2|DC|$ ve $|AC| = 12$ birimdir.

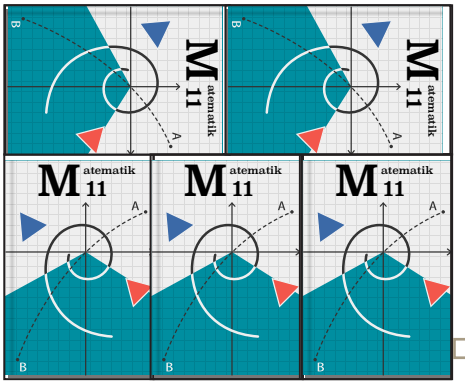
**Buna göre**

**a)** $\dfrac{|DF|}{|FE|}$ **değerini bulunuz.**

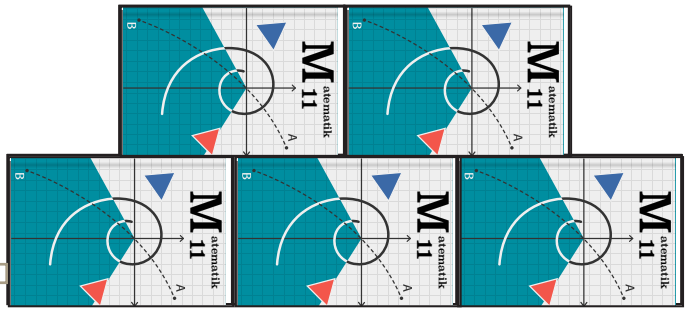
**b) $|FC|$ nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

## 11. ÖRNEK

Aşağıda birbirine eş beş kitabın farklı dizilimlerinin üstten görünümü Şekil 1 ve 2'de verilmiştir. Kitaplar kenarları çakışık ve aralarında boşluk kalmayacak şekilde dizilmiştir.



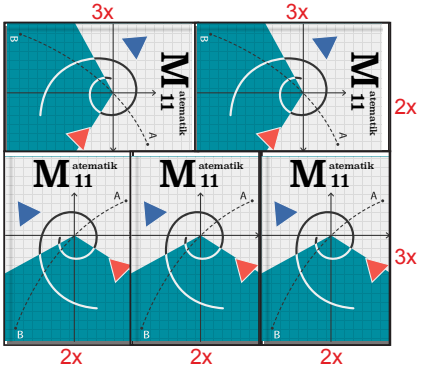
*Şekil 1*



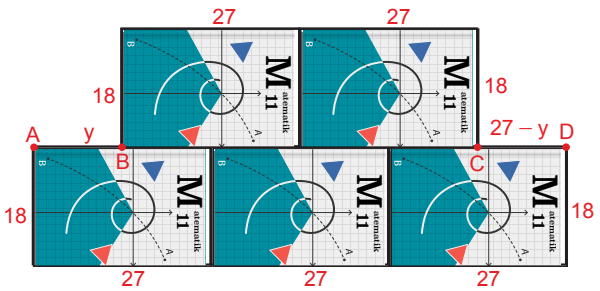
*Şekil 2*

**Şekil 1'de oluşan dikdörtgenin çevre uzunluğu 198 cm olduğuna göre Şekil 2'de oluşan şeklin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM

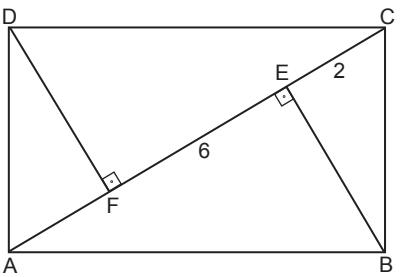



Kitabın kısa kenar uzunluğu 2x cm alınırsa Şekil 1'deki dikdörtgenin bir kenar uzunluğu 6x cm olur. Dikdörtgenin karşılıklı kenar uzunlukları eşit olduğundan kitabın uzun kenarının uzunluğu 3x cm olur. Buradan dikdörtgenin diğer kenar uzunluğu 5x cm elde edilir. Dikdörtgenin çevre uzunluğundan $22x = 198 \Rightarrow x = 9$ cm'dir. Buradan kitabın kısa kenarının uzunluğu $2x = 2 \cdot 9 = 18$ cm, uzun kenarının uzunluğu $3x = 3 \cdot 9 = 27$ cm bulunur.




Bulunan kenar uzunlukları Şekil 2'de yandaki gibi yerleştirilirse $|AB| = y$ cm ve $|CD| = 27 - y$ cm olmak üzere şeklin çevre uzunluğu $5 \cdot 27 + 4 \cdot 18 + y + 27 - y = 234$ cm olur.

## 12. ÖRNEK




Yandaki ABCD dikdörtgeninde A, F, E, C noktaları doğrusal; $[DF] \perp [AC]$ ve $[BE] \perp [AC]$ dir.

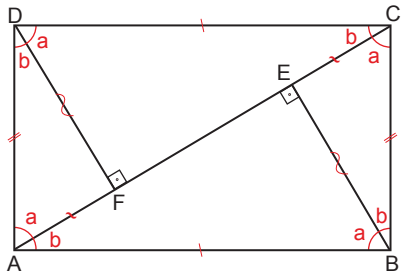
**Buna göre**

**a) Eş üçgenleri bularak eşit uzunluktaki kenarları belirleyiniz.**

**b) $|EC| = 2$ birim ve $|EF| = 6$ birim olduğuna göre $|DF|$ nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

## ÇÖZÜM

**a)**

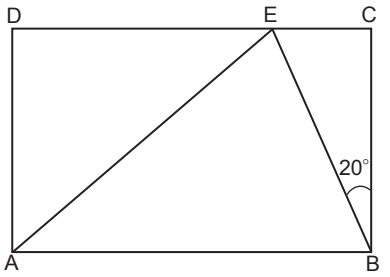



Yandaki ABCD dikdörtgeninde $m(\widehat{DAF}) = a, m(\widehat{ADF}) = b$ alınırsa üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamından $a + b = 90^\circ$ olur. $[AD] \,//\, [BC]$ olduğundan iç ters açılardan $m(\widehat{DAF}) = m(\widehat{ECB}) = a$, BEC dik üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından $m(\widehat{EBC}) = b$ olur. $|AD| = |BC|$ olduğundan DFA ve BEC üçgenlerinin iç açı ölçülerinin ve birer kenar uzunluklarının eşit olduğu görülür. O hâlde DFA ve BEC üçgenleri eştir (A.K.A.). Üçgenlerin eşliğinden $|AF| = |EC|$ ve $|DF| = |BE|$ olduğu bulunur. Benzer şekilde ADC ve ABC üçgenlerinin de iç açı ölçülerinin ve birer kenar uzunluklarının eşit olmasından dolayı bunların eş üçgenler (A.K.A.) olduğu görülür. Ayrıca DFC ve BEA üçgenlerinin kenar uzunlukları eşit olduğundan bu üçgenler eştir (K.K.K.) ve $|FC| = |EA|$ olur.

**b)** ADC dik üçgeninde $|AF| = |EC| = 2$ birim, $|FC| = 6 + 2 = 8$ birim ve $m(\widehat{ADC}) = 90^\circ$ olduğundan Öklid teoreminden $|DF|^2 = |AF| \cdot |FC| \Rightarrow |DF|^2 = 2 \cdot 8 \Rightarrow |DF| = 4$ birim bulunur.

### 4. Sıra Sizde

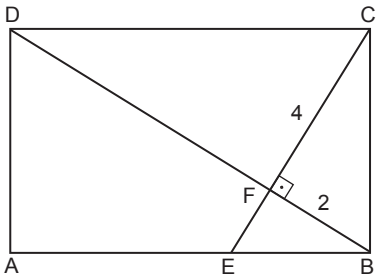
**1.**




Yandaki ABCD dikdörtgeninde $E \in [DC]$, $|AE| = |DC|$ ve $m(\widehat{CBE}) = 20^\circ$ dir.

**Buna göre $m(\widehat{DAE})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

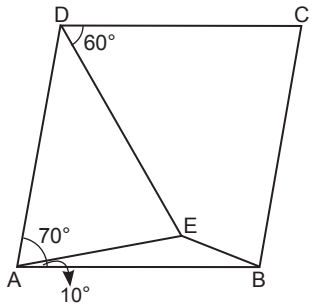
**2.**




Yandaki ABCD dikdörtgeninde A, E, B doğrusal; $[BD] \perp [CE]$, $F \in [BD] \cap [CE]$, $|CF| = 4$ birim ve $|FB| = 2$ birimdir.

**Buna göre $|AE|$nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

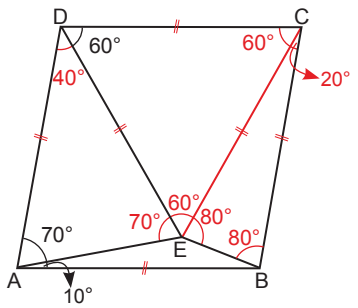
## 13. ÖRNEK




Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde $m(\widehat{DAE}) = 70^\circ$, $m(\widehat{EAB}) = 10^\circ$ ve $m(\widehat{EDC}) = 60^\circ$ dir.

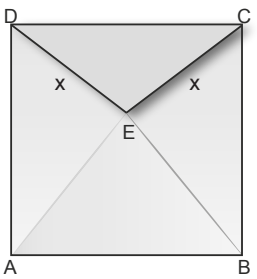
**Buna göre $m(\widehat{EBC})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM




Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde $m(\widehat{ADC}) = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ ve $m(\widehat{ADE}) = 100^\circ - 60^\circ = 40^\circ$ dir. Bu durumda ADE üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından $m(\widehat{AED}) = 70^\circ$ elde edilir. O hâlde ADE ikizkenar üçgen olduğundan $|AD| = |DE| = |DC|$ olur. $[EC]$ çizilirse $m(\widehat{EDC}) = 60^\circ$ olduğundan DEC, eşkenar üçgen olur. Eşkenar dörtgenin karşılıklı açılarının ölçüleri eşit olduğundan $m(\widehat{BCD}) = 80^\circ$ ve $m(\widehat{ECB}) = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$ bulunur. $|EC| = |BC|$ olduğundan ECB ikizkenar üçgen olur. ECB ikizkenar üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından $m(\widehat{EBC}) = 80^\circ$ bulunur.

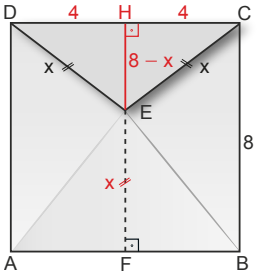
## 14. ÖRNEK




Yandaki şekilde bir kenar uzunluğu 8 birim olan kare şeklinde modellenmiş ABCD zarfı verilmiştir. E noktasının AB kenarına uzaklığı, DE ve EC uzunluğuna eşittir. (Zarf kapağının kalınlığı ihmal edilecektir.)

**$|DE| = |EC| = x$ birim olduğuna göre x in kaç birim olduğunu bulunuz.**

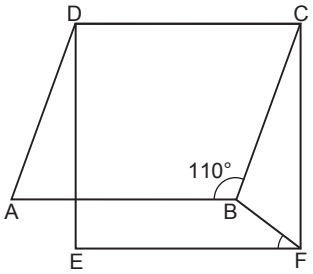
### ÇÖZÜM




Yandaki ABCD karesinde E noktasından geçen FH yüksekliği çizilirse $|EH| = 8 - x$ birim ve DEC ikizkenar üçgen olduğundan $|DH| = |HC| = 4$ birim olur. EHC dik üçgeninde Pisagor teoreminden $x^2 = 4^2 + (8 - x)^2 \Rightarrow x^2 = 4^2 + 64 - 16x + x^2 \Rightarrow 16x = 80 \Rightarrow x = 5$ birim bulunur.

## 5. Sıra Sizde

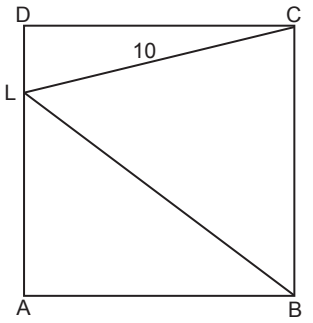
**1.**




Yandaki şekilde ABCD eşkenar dörtgen, EFCD kare ve $m(\widehat{ABC}) = 110^\circ$ dir.

**Buna göre $m(\widehat{BFE})$ nün açısının kaç derece olduğunu bulunuz.**

**2.**

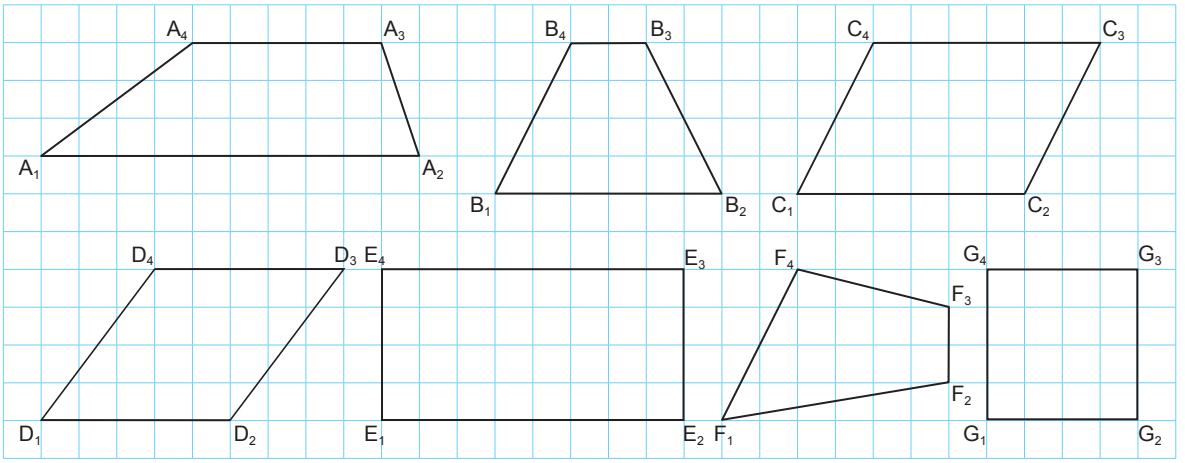



Yandaki şekilde ABCD karesinde $L \in [AD]$, $|AD| = 4|DL|$ ve $|LC| = 10$ birimdir.

**Buna göre $|LB|$ nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

## 3. UYGULAMA Dörtgenlerin Köşegen Özellikleri

Birimkareli zemin üzerinde yamuk, ikizkenar yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, dörtgen ve kare verilmiştir. Aşağıda verilenleri inceleyerek soruları cevaplayınız.



**1.** Birimkareli zeminde verilen geometrik şekillerin köşegen özelliklerine ilişkin ifadeler aşağıda verilmiştir. Verilen geometrik şekillerden bu ifadeleri sağlayanlara ilişkin varsayımlarınızı belirleyiniz.

a) Köşegenlerin birbirini belirli bir oranda bölmesi

b) Köşegenlerin birbirini ortalayarak bölmesi

c) Köşegenlerin uzunluklarının eşit olması

ç) Köşegenlerin arasındaki açının ölçüsünün 90° olması

d) Köşegenlerin açıortay olması

**2.** Varsayımlarınızdan hareketle verilen ifadeyi sağlayan geometrik şekil için aşağıdaki tabloda ilgili boşluğa örneklerdeki gibi "✓" işareti koyunuz.

| Geometrik Şekiller | a) | b) | c) | ç) | d) |
|---|---|---|---|---|---|
| Yamuk | ✓ | | | | |
| İkizkenar Yamuk | | | | | |
| Paralelkenar | | | | | |
| Eşkenar Dörtgen | | | | | |
| Dikdörtgen | | | | | |
| Dörtgen | | | | | |
| Kare | | | | ✓ | |

**3.** Verilen geometrik şekillerin köşegenlerini çizerek üçgende açı ve kenar özelliklerini ("İkizkenar üçgende tabana ait kenarortay, aynı zamanda açıortay ve yüksekliktir." vb.), benzerlik koşullarını (A.A. benzerliği vb.) ve benzerlik teoremlerini kullanarak belirlediğiniz varsayımlardan genellemeler oluşturarak arkadaşlarınızla paylaşınız. Oluşturduğunuz genellemeleri örnekteki gibi aşağıdaki tabloya yazınız.

| Geometrik Şekiller | Oluşturduğunuz Genellemeler |
|---|---|
| Yamuk | • Yamuğun alt ve üst tabanı birbirine paralel olduğundan köşegenlerin kesişim noktası, köşegenleri orantılı doğru parçalarına ayırır. |
| İkizkenar Yamuk | |
| Paralelkenar | |
| Eşkenar Dörtgen | |
| Dikdörtgen | |

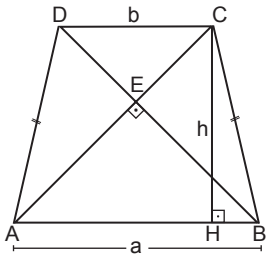
| | |
|---|---|
| **Dörtgen** | |
| **Kare** | |

**4.** Öğretmeninizin rehberliğinde bilgisayar veya etkileşimli tahtada matematik yazılımını kullanarak farklı dörtgenler çiziniz. Varsayımlarınızla genellemelerinizi karşılaştırmak için çizdiğiniz dörtgenlerin köşegenlerini oluşturunuz. Köşegenlerin uzunluklarını, köşegenlerin birbirini kestiği nokta ile oluşan doğru parçalarının uzunluklarını, köşegenlerin aralarındaki açıların ölçülerini, köşegenlerin ait oldukları köşelerde oluşturduğu açıların ölçülerini hesaplayarak incelemeler yapınız. Elde ettiğiniz genellemeleri kullanarak ve yaptığınız incelemelerden yola çıkarak dörtgenlerin köşegen özelliklerine ilişkin önermelerinizi aşağıdaki tabloya örnekteki gibi yazınız.

| Geometrik Şekiller | Oluşturduğunuz Önermeler |
|---|---|
| **Yamuk** | • Yamuğun köşegenlerinin kesiştiği nokta, köşegenleri orantılı doğru parçalarına ayırır. |
| **İkizkenar Yamuk** | |
| **Paralelkenar** | |
| **Eşkenar Dörtgen** | |
| **Dikdörtgen** | |
| **Dörtgen** | |
| **Kare** | |

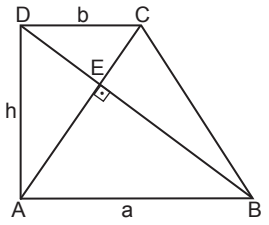
**5.** Oluşturduğunuz önermeler arasından aşağıdaki durumlarla ilgili olanları değerlendirerek yeni önermeler oluşturunuz ve bu önermeleri boş bırakılan yerlere yazınız.

**a)**




Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunda köşegenler birbirine dik, $|CH| = h$ birim, $|AB| = a$ birim ve $|DC| = b$ birim olmak üzere a, b ve h arasındaki ilişkiyi ifade eden önerme (İkizkenar yamuğun köşegen uzunluklarının eşit olduğu bilgisini kullanınız.): .....
.....
.....
.....

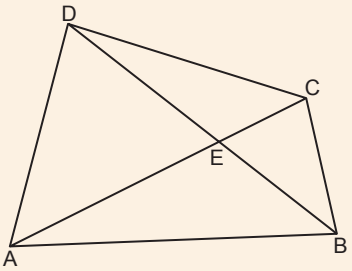
**b)**




Yandaki ABCD dik yamuğunda köşegenler birbirine dik, $|AD| = h$ birim, $|AB| = a$ birim ve $|DC| = b$ birim olmak üzere a, b ve h arasındaki ilişkiyi ifade eden önerme (Üçgenlerin benzerliğini kullanınız.): .....
.....
.....
.....
.....

## Zihinde Kalanlar

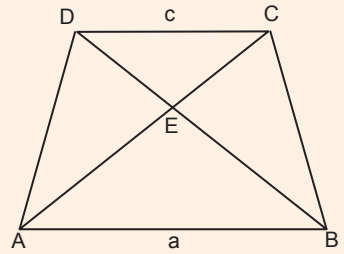
- **DÖRTGEN**




Dörtgenin iki köşegeni vardır.

Dörtgenin açı ve kenar özelliklerine bağlı olarak köşegenler farklı özellikler (dik kesişme, açıortay olma, birbirini orantılı olarak bölme, birbirini ortalama, eşit uzunlukta olma) taşıyabilir.

- **YAMUK**

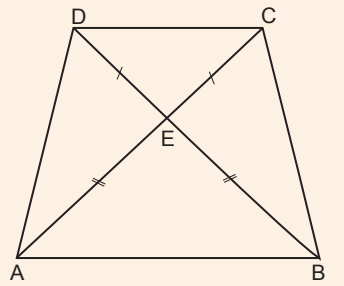



Yamuğun köşegenlerinin kesiştiği nokta, köşegenleri orantılı doğru parçalarına ayırır.

Yandaki ABCD yamuğunda $|AB| = a$ birim, $|DC| = c$ birim ve $[AC] \cap [BD] = \{E\}$ olmak üzere

$$\frac{|AE|}{|EC|} = \frac{|BE|}{|ED|} = \frac{a}{c} \text{ dir.}$$

- **İKİZKENAR YAMUK**




İkizkenar yamuğun köşegen uzunlukları birbirine eşittir.

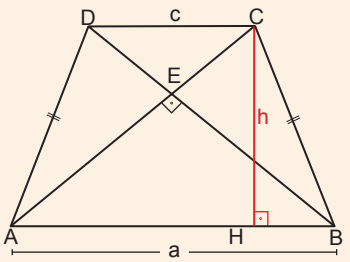
Yamuğun köşegenlerinin kesim noktasının oluşturduğu doğru parçalarının uzunlukları da birbirine eşittir.

Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunda köşegenlerin kesişim noktası E olmak üzere

$|AC| = |BD|$

$|AE| = |BE|$

$|EC| = |ED|$ dur.

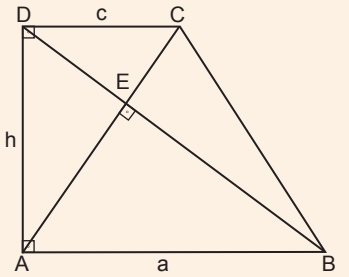



İkizkenar yamuğun köşegenleri dik kesişirse yamuğun yüksekliği, orta tabanının uzunluğuna eşittir.

Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunda köşegenlerin kesişim noktası E, $|AB| = a$ birim ve $|DC| = c$ birim olmak üzere $[AC] \perp [BD]$ ise

$h = \frac{a+c}{2}$ dir.

- **DİK YAMUK**

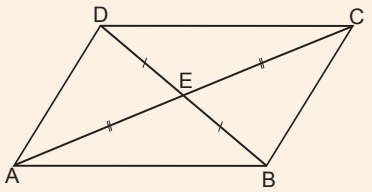



Dik yamuğun köşegenleri dik kesişirse yamuğun yüksekliğinin karesi, alt ve üst taban uzunlukları çarpımına eşittir.

Yandaki ABCD dik yamuğunda köşegenlerin kesim noktası E, $|AB| = a$ birim ve $|DC| = c$ birim olmak üzere $[AC] \perp [BD]$ ise

$h^2 = a \cdot c$ dir.

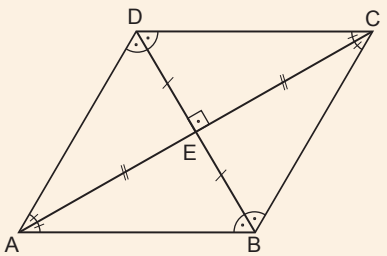
- **PARALELKENAR**




Paralelkenarın köşegenleri birbirini ortalayarak böler.

Yandaki ABCD paralelkenarında köşegenlerin kesim noktası E olmak üzere $|AE| = |EC|$ ve $|BE| = |ED|$dur.

- **EŞKENAR DÖRTGEN**




Eşkenar dörtgen bir paralelkenar olduğundan köşegenleri birbirini ortalayarak böler.

Eşkenar dörtgen tüm kenar uzunlukları eşit bir paralelkenar olduğundan köşegenleri açıortaydır ve dik kesişir.

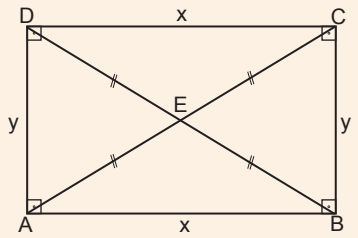
Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde köşegenlerin kesim noktası E olmak üzere

$|AE| = |EC|$ ve $|BE| = |ED|$

$[AC]$ ve $[BD]$ iç açıortaylar

$[AC] \perp [BD]$ dır.

- **DİKDÖRTGEN**

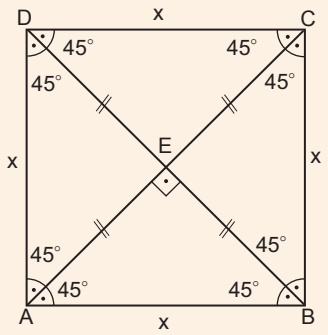



Dikdörtgen, iç açılarının ölçüleri 90° olan bir paralelkenar olduğundan köşegen uzunlukları eşittir ve köşegenleri birbirini ortalayarak böler.

Yandaki ABCD dikdörtgeninde köşegenlerin kesim noktası E, $|AB| = |CD| = x$ birim ve $|AD| = |BC| = y$ birim olmak üzere $|AC| = |BD|$dur.

$|AE| = |EC| = |BE| = |ED|$dur.

- **KARE**




Kare, iç açılarının ölçüleri 90° olan eşkenar dörtgen olduğundan köşegen uzunlukları eşittir.

Kare, bir eşkenar dörtgen olduğundan köşegenleri birbirini ortalayarak böler; köşegenler açıortaydır ve dik kesişir.

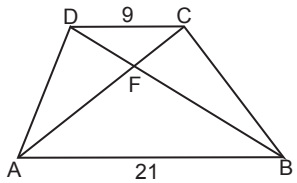
Yandaki ABCD karesinde köşegenlerin kesim noktası E ve karenin bir kenar uzunluğu x birim olmak üzere $|AC| = |BD| = x\sqrt{2}$ birimdir.

$[AC]$ ve $[BD]$ iç açıortaylar

$[AC] \perp [BD]$

$|AE| = |EC| = |BE| = |ED|$dur.

## 15. ÖRNEK




Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$, $[AC] \cap [BD] = \{F\}$, $|DC| = 9$ birim, $|BD| = 20$ birim ve $|AB| = 21$ birimdir.

**Buna göre**

**a)** $\dfrac{|CF|}{|AF|}$ **değerini bulunuz.**

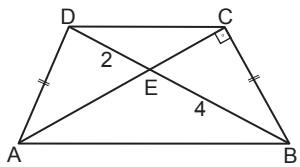
**b)** $|DF|$**nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM

**a)** ABF ve CDF üçgenleri benzer üçgenler (A.A.) olduğundan yamuğun köşegenlerinin kesiştiği F noktası, köşegenleri orantılı doğru parçalarına ayırır. Buradan $\dfrac{|CF|}{|AF|} = \dfrac{9}{21} = \dfrac{3}{7}$ olur.

**b)** ABF ve CDF üçgenleri benzer üçgenler olduğundan $\dfrac{|DF|}{|BF|} = \dfrac{|CF|}{|AF|} = \dfrac{3}{7}$'dir. $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $|DF| = 3k$ ve $|BF| = 7k$ birim alınırsa $|BD| = |DF| + |BF|$ olduğundan $3k + 7k = 20$ olur. Buradan $10k = 20$ olduğundan $k = 2$ ve $|DF| = 3k = 6$ birim bulunur.

## 16. ÖRNEK




Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunda $|AD| = |BC|$, $[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$, $[AC] \cap [BD] = \{E\}$, $[BC] \perp [CA]$, $|DE| = 2$ birim ve $|BE| = 4$ birimdir.

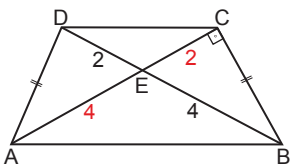
**Buna göre**

**a)** $|BC|$**nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**b) Yamuğun yüksekliğinin kaç birim olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM

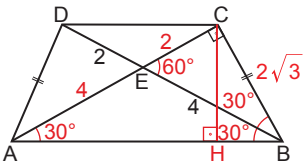
**a)**




İkizkenar yamuğun köşegen uzunlukları eşit olduğundan yandaki ABCD yamuğunda $|BD| = |AC| = 6$ birimdir. İkizkenar yamuğun köşegenlerinin kesiştikleri noktanın oluşturduğu doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşit olduğundan $|CE| = 2$ birim ve $|AE| = 4$ birim olur.

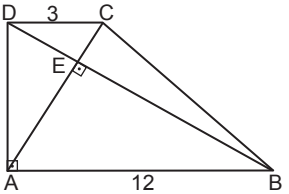
BCE dik üçgeninde Pisagor teoreminden $|BE|^2 = |CE|^2 + |BC|^2 \Rightarrow 4^2 = 2^2 + |BC|^2 \Rightarrow |BC| = 2\sqrt{3}$ birim elde edilir.

**b)**




Yandaki şekilde BCE dik üçgeninin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiden 30°-60°-90° üçgeni olduğu görülür. Bu durumda $m(\widehat{CBE}) = 30°$ ve $m(\widehat{CEB}) = 60°$ dir. Buradan $m(\widehat{AEB}) = 180° - 60° = 120°$ ve AEB ikizkenar üçgen olduğundan $m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{EBA}) = 30°$ olur. ABCD yamuğunun yüksekliği $[CH]$ olmak üzere BHC üçgeni 30°- 60°- 90° üçgeni olur ve $|CH| = 3$ birim bulunur.

## 17. ÖRNEK

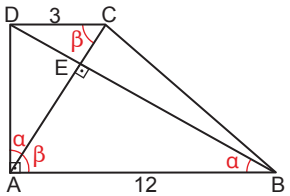



Yandaki ABCD dik yamuğunda $[AB] \,//\, [DC]$, $[DA] \perp [AB]$, $[AC] \perp [BD]$ $[BD] \cap [AC] = \{E\}$, $|CD| = 3$ cm ve $|AB| = 12$ cm'dir.

**Buna göre $|AD|$nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

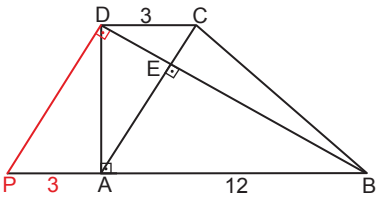
### ÇÖZÜM

**I. Yol:**




Yandaki ABCD yamuğunda $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere ADC üçgeninde $m(\widehat{DAC}) = \alpha$ ve $m(\widehat{ACD}) = \beta$ alınırsa üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamından $\alpha + \beta = 90°$ olur. $m(\widehat{DAB}) = 90°$ olduğundan $m(\widehat{EAB}) = \beta$ dir. AEB dik üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından $m(\widehat{ABE}) = \alpha$, AED dik üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından $m(\widehat{ADE}) = \beta$ olur. ADC ve BAD benzer üçgenler olduğundan (A.A.) $\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|DC|}{|AD|} \Rightarrow |AD|^2 = |AB| \cdot |DC| \Rightarrow |AD|^2 = 12 \cdot 3 \Rightarrow |AD| = 6$ cm bulunur.

**II. Yol:**

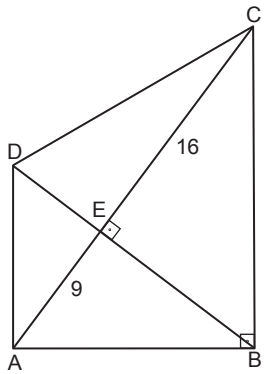



Yandaki ABCD yamuğunda D noktasından ABCD yamuğunun köşegeni olan $[AC]$na paralel ve P noktası A ile B noktalarıyla doğrusal olacak şekilde $[DP]$ çizilsin. Bu durumda yöndeş açılardan $m(\widehat{PDB}) = m(\widehat{AEB}) = 90°$ dir.

PACD paralelkenar olduğundan $|CD| = |PA| = 3$ cm olur. PDB dik üçgeninde Öklid teoremi uygulanırsa $|AD|^2 = |PA| \cdot |AB| \Rightarrow |AD|^2 = 3 \cdot 12 = 36 \Rightarrow |AD| = 6$ cm bulunur.

## 6. Sıra Sizde

**1.**



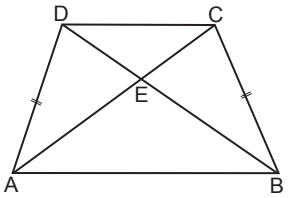

Yandaki ABCD dik yamuğunun köşegenleri E noktasında dik kesişmektedir. $[AD] \,//\, [BC]$, $[AB] \perp [BC]$, $|AE| = 9$ cm ve $|EC| = 16$ cm'dir.

**Buna göre**

**a) $|AB|$nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**b) $|ED|$nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**2.**

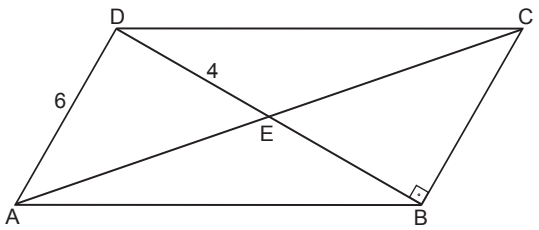



Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$, $|AD| = |BC|$ ve yamuğun köşegenleri, E noktasında kesişmektedir.

**Buna göre aşağıdaki tabloda verilen ifadelerin yanındaki kutulara ifade doğruysa "D", yanlışsa "Y" yazınız. Yanlış olan ifadelerin doğrularını tabloda verilen ilgili sütuna yazınız.**

| D/Y | İfadeler | Doğru İfade | D/Y | İfadeler | Doğru İfade |
|---|---|---|---|---|---|
| | **a)** $\|AE\| = \|BE\|$ dir. | | | **b)** $\|AC\| = \|BD\|$ dir. | |
| | **c)** $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{DBA})$ dür. | | | **ç)** $m(\widehat{BDC}) = m(\widehat{BAC})$ dür. | |

## 18. ÖRNEK




Yandaki ABCD paralelkenarında $[DB] \perp [BC]$, $[BD] \cap [AC] = \{E\}$, $|AD| = 6$ cm ve $|DE| = 4$ cm'dir.

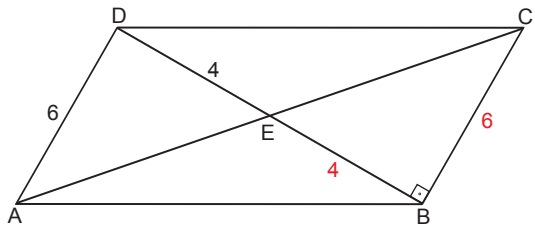
**Buna göre**

**a)** $|EC|$ **nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**b)** $|AB|$ **nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM

**a)**



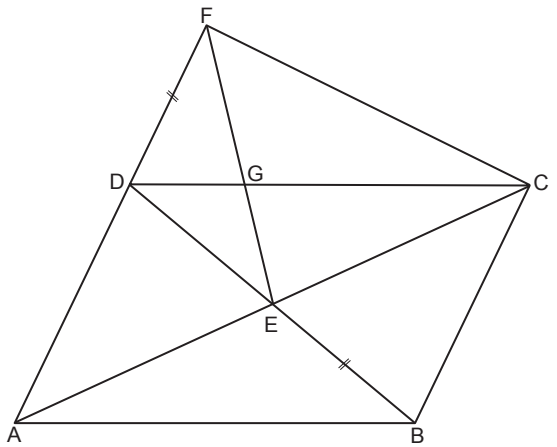

Paralelkenarın karşılıklı kenar uzunlukları eşit olduğundan yandaki ABCD paralelkenarında $|BC| = |AD| = 6$ cm olur. Paralelkenarın köşegenleri birbirini ortalayarak böldüğünden $|EB| = |DE| = 4$ cm elde edilir. EBC dik üçgeninde Pisagor teoreminden

$|EC|^2 = |EB|^2 + |BC|^2 \Rightarrow |EC|^2 = 4^2 + 6^2$

$\Rightarrow |EC| = 2\sqrt{13}$ cm bulunur.

**b)** $|BD| = 8$ cm ve CBD dik üçgeninde Pisagor teoreminden $|DC|^2 = |BD|^2 + |BC|^2 \Rightarrow |DC|^2 = 8^2 + 6^2 = 100$ elde edilir. Buradan $|DC| = |AB| = 10$ cm bulunur.

## 19. ÖRNEK




Yandaki şekilde ABCD paralelkenardır. A, D, F ile F, G, E noktaları doğrusal; $[BD] \cap [AC] = \{E\}$, $|DF| = |EB|$ ve $|AE| = |EF|$dur.

**Buna göre aşağıdaki ifadelerin hangilerinin doğru veya yanlış olduğunu gerekçeleriyle açıklayınız.**

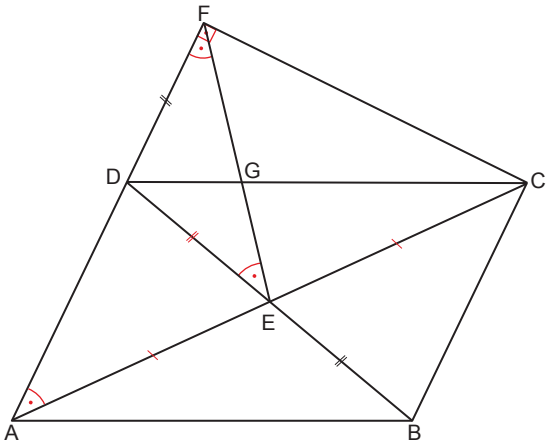
**a) FDE ikizkenar üçgendir.**

**b) [FC], paralelkenarın yüksekliğidir.**

**c) EDG ve FGC üçgenleri benzer üçgenlerdir.**

**ç) FDE ve FEA üçgenleri benzer üçgenlerdir.**

## ÇÖZÜM




**a)** İfade doğrudur. Paralelkenarda köşegenler birbirini ortaladığı için $|DE| = |EB|$ olur. $|DF| = |EB|$ verildiğinden FDE bir ikizkenar üçgendir.

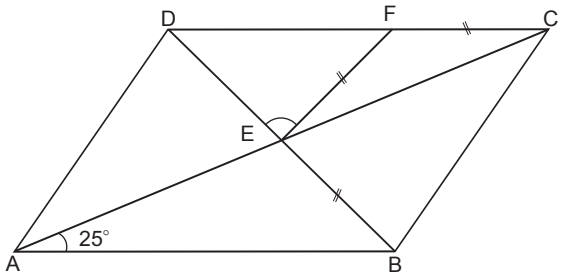
**b)** İfade doğrudur. AFC üçgeninde $|AE| = |EF| = |EC|$ olduğundan AFC dik üçgen ve $m(\widehat{AFC}) = 90°$ dir. O hâlde paralelkenarın AD kenarına ait yüksekliği $[FC]$ dır.

**c)** İfade yanlıştır. EDG ve FGC üçgenleri, iç açı ölçüleri eşit olmadığından benzer değildir.

**ç)** İfade doğrudur. $|DE| = |DF|$ olduğundan $m(\widehat{DFE}) = m(\widehat{DEF})$ dir. $|AE| = |EF|$ olduğundan $m(\widehat{FAE}) = m(\widehat{AFE})$ dir. EDF ve AEF üçgenleri, ikişer iç açı ölçüleri eşit olduğundan benzer üçgenlerdir (A.A.).

### 7. Sıra Sizde

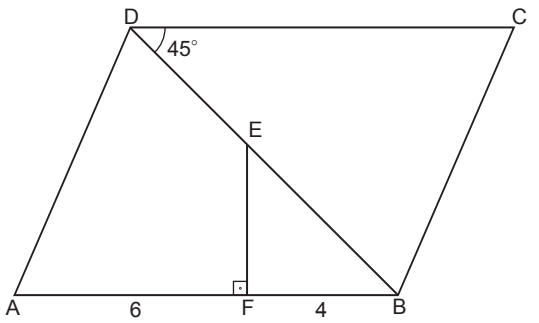
**1.**




Yandaki ABCD paralelkenarında $F \in [CD]$, $[BD] \cap [AC] = \{E\}$, $|EF| = |EB| = |FC|$ ve $m(\widehat{BAC}) = 25°$ dir.

**Buna göre $m(\widehat{DEF})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**2.**



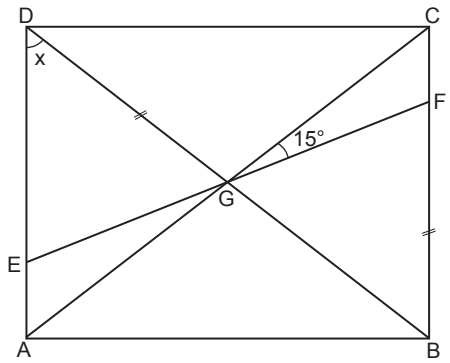

Yandaki ABCD paralelkenarının köşegenlerinin kesim noktası E, $F \in [AB]$, $[EF] \perp [AB]$, $m(\widehat{BDC}) = 45°$, $|AF| = 6$ birim ve $|FB| = 4$ birimdir.

**Buna göre**

**a) $|BC|$nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**b) Paralelkenarın çevre uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.**

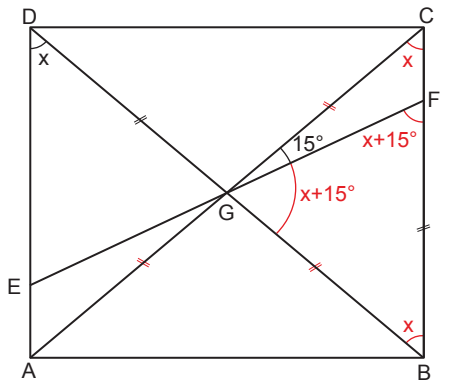
## 20. ÖRNEK




Yandaki ABCD dikdörtgeninde $[BD] \cap [AC] = \{G\}, F \in [BC]$, $E \in [AD]$, E, G, F noktaları doğrusal; $|DG| = |BF|$, $m(\widehat{CGF}) = 15^\circ$ ve $m(\widehat{EDG}) = x$ tir.

**Buna göre $m(\widehat{EDG})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM

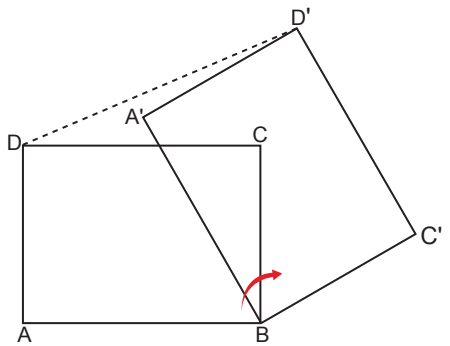



Dikdörtgenin köşegen uzunlukları eşit olduğundan ve köşegenleri birbirini ortalayarak böldüğünden yandaki ABCD dikdörtgeninde $|DG| = |GB| = |AG| = |GC|$ olur.

$[AD] \,/\!/\, [BC]$ olduğundan iç ters açılardan $m(\widehat{GBC}) = x$ tir. GBC ikizkenar üçgen olduğundan $m(\widehat{GCB}) = x$ olur. CGF üçgeninde iki iç açının ölçüleri toplamı kendilerine komşu olmayan dış açının ölçüsüne eşit olduğundan $m(\widehat{GFB}) = x + 15^\circ$ elde edilir. $|DG| = |GB| = |BF|$ olduğundan GBF üçgeni de ikizkenar üçgendir. Buradan $m(\widehat{BGF}) = x + 15^\circ$ olur.

GBF ikizkenar üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından $x + 15^\circ + x + 15^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow 3x + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 50^\circ$ bulunur.

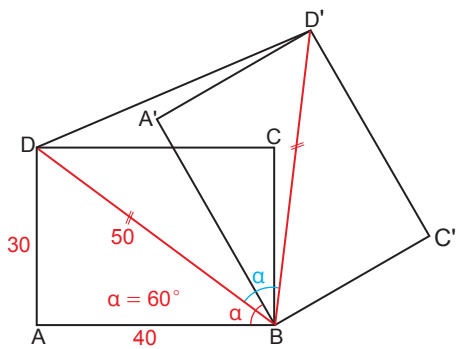
## 21. ÖRNEK




Yandaki şekilde verilen, boyutları 30 cm ve 40 cm olan dikdörtgen şeklindeki bir tabela; B köşesi etrafında saat yönünde 60° döndürülüyor. Tabela döndürüldükten sonra A'BC'D' dikdörtgeni elde ediliyor.

**Buna göre D ile D' noktalarını birleştiren doğru parçasının uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

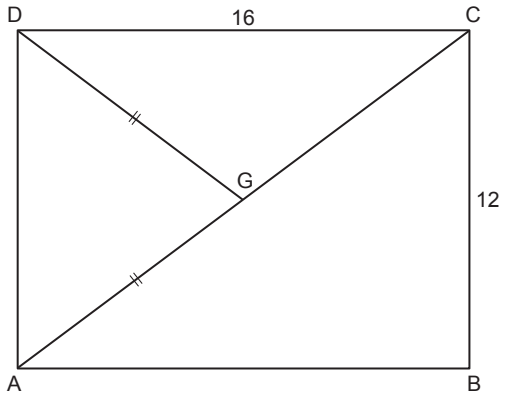
### ÇÖZÜM




Bir şeklin bir nokta etrafında belirli bir açıyla döndürülmesi sonucu elde edilen görüntüsüyle şekil eştir. Yandaki şekilde ABCD dikdörtgeni, B köşesi etrafında $\alpha = 60^\circ$ döndürüldüğünde BD köşegeni de 60° döneceğinden $m(\widehat{DBD'}) = 60^\circ$ ve $|BD| = |BD'|$ olur. Bu durumda DBD' eşkenar üçgen olur. BAD dik üçgeninde Pisagor teoreminden $|DB|^2 = |AD|^2 + |AB|^2 \Rightarrow |DB|^2 = 30^2 + 40^2 \Rightarrow |DB| = 50$ cm elde edilir. DBD' eşkenar üçgen olduğu için $|DD'| = 50$ cm bulunur.

## 8. Sıra Sizde

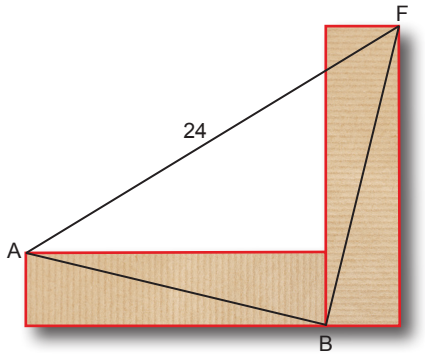
**1.**




Yandaki ABCD dikdörtgeninde A, G, C noktaları doğrusal; $|AG| = |DG|$, $|DC| = 16$ birim ve $|BC| = 12$ birimdir.

**Buna göre $|GC|$nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**2.**



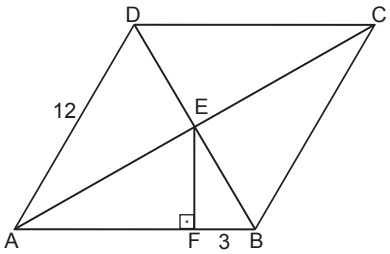

Dikdörtgen şeklindeki eş iki karton, birbirine dik ve aralarında boşluk olmayacak şekilde yandaki gibi konumlandırılmıştır. Kartonların A ve F köşeleri arasındaki uzaklık 24 cm'dir.

**Buna göre**

**a) Kartonların köşegenlerinin kesim noktaları arasındaki uzaklığın kaç cm olduğunu bulunuz.**

**b) Dikdörtgen şeklindeki kartonlardan birinin bir köşegen uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

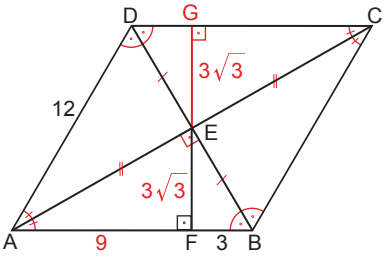
## 22. ÖRNEK




Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde $[BD] \cap [AC] = \{E\}$, $[EF] \perp [AB]$, $|AD| = 12$ birim ve $|FB| = 3$ birimdir.

**Buna göre eşkenar dörtgenin yüksekliğinin kaç birim olduğunu bulunuz.**

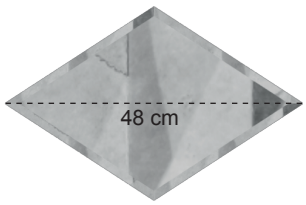
**ÇÖZÜM**




Eşkenar dörtgenin kenar uzunlukları eşit olduğundan yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde $|AF| = 9$ birim olur. Eşkenar dörtgenin köşegenleri dik kesiştiğinden $m(\widehat{AEB}) = 90^\circ$ dir. AEB dik üçgeninde Öklid teoreminden $|EF|^2 = |AF| \cdot |FB| \Rightarrow |EF|^2 = 3 \cdot 9 = 27 \Rightarrow |EF| = 3\sqrt{3}$ birim olur.
Eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirini ortaladığından $|AE| = |EC|$ ve $|DE| = |BE|$ dir. Eşkenar dörtgenin kenar uzunlukları eşit olduğundan AEB ve CED üçgenleri eştir (K.K.K.). CED üçgeninde EG yüksekliği çizilirse eş üçgenlerin yükseklikleri de eş olduğundan $|EF| = |EG| = 3\sqrt{3}$ birim olur. Buradan eşkenar dörtgenin yüksekliği $|GF| = 6\sqrt{3}$ birim bulunur.

## 23. ÖRNEK

Görsel 1'de çevre uzunluğu 104 cm ve bir köşegeninin uzunluğu 48 cm olan eşkenar dörtgen şeklinde bir fayans verilmiştir. Görsel 2'deki mutfak tezgâhı ve dolabı arasında kalan dikdörtgen biçimindeki bir duvar, verilen özelliklerdeki eş fayanslar kullanılarak aralarında boşluk kalmayacak şekilde döşenmiştir. Eşkenar dörtgen fayansların dışta kalan köşe noktaları doğrusal olup bu noktalar, dikdörtgen duvarın kenarları üzerinde yer almaktadır. Duvarın kenarları bazı fayansları köşegenlerinden iki eş parçaya bölmektedir.




*Görsel 1*



*Görsel 2*

**Buna göre**

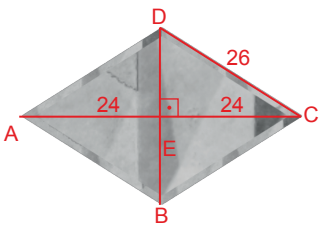
**a) Görsel 2'deki duvarın uzun kenar uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**b) Görsel 2'deki duvarın kısa kenar uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**ÇÖZÜM**

**a)** Görsel 2'deki duvarın uzun kenar uzunluğu, dört eşkenar dörtgenin köşegen uzunluğu kadar olduğundan $4 \cdot 48 = 192$ cm bulunur.

**b)**

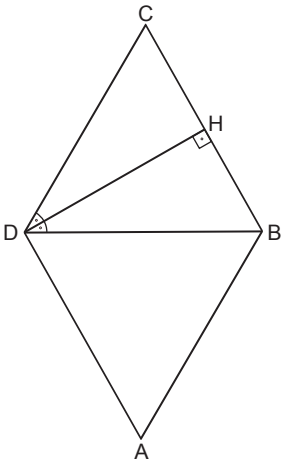



Yandaki eşkenar dörtgen şeklindeki fayansların kenar uzunlukları eşit olduğundan bir kenarının uzunluğu $\frac{104}{4} = 26$ cm, eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirine dik olduğundan ve birbirini ortaladığından $|AE| = |EC| = 24$ cm'dir. DEC dik üçgeninde Pisagor teoreminden $|DC|^2 = |DE|^2 + |EC|^2 \Rightarrow 26^2 = |DE|^2 + 24^2 \Rightarrow |DE| = 10$ cm ve $|DE| = |EB|$ olduğundan $|DB| = 10 \cdot 2 = 20$ cm bulunur.
Görsel 2'deki duvarın kısa kenar uzunluğu, eşkenar dörtgenin iki kısa köşegen uzunluğu kadar olduğundan $2 \cdot 20 = 40$ cm bulunur.

## 9. Sıra Sizde

**1. Köşegen uzunlukları 16 cm ve 30 cm olan eşkenar dörtgenin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**2.**



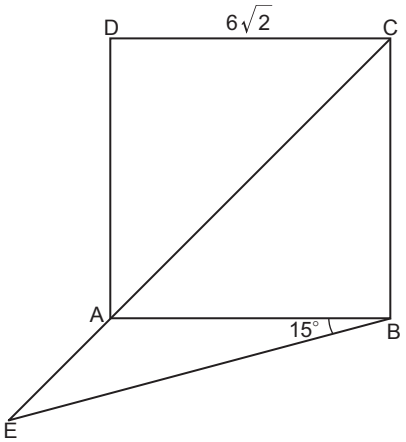

Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde C, H, B noktaları doğrusal; $[DH]$ iç açıortay ve $[DH] \perp [CB]$ dir.

**Buna göre**

**a) $m(\widehat{DAB})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b) Ç(ABCD) = 24 cm ise $|DH|$nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

## 24. ÖRNEK




Yandaki şekilde ABCD kare, E, A, C noktaları doğrusal; $m(\widehat{EBA}) = 15°$ ve $|CD| = 6\sqrt{2}$ birimdir.

**Buna göre**

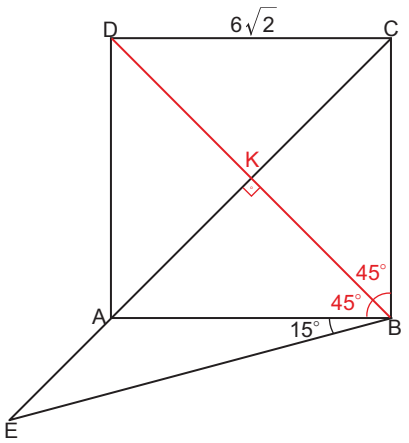
**a) $m(\widehat{AEB})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b) $|EB|$nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**c) $|AE|$nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

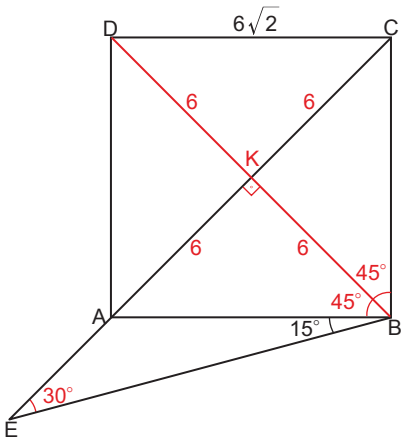
**ÇÖZÜM**

**a)**




Yandaki şekilde karenin diğer köşegeni olan $[BD]$ çizilirse köşegenler açıortay ve karenin iç açılarının ölçüleri $90^\circ$ olduğundan $m(\widehat{CBD}) = m(\widehat{DBA}) = 45^\circ$ olur. Karenin köşegenlerinin kesim noktası K olarak isimlendirilirse köşegenler dik kesiştiği için $m(\widehat{AKB}) = 90^\circ$ dir. Oluşan EKB dik üçgeninde $m(\widehat{KBE}) = 60^\circ$ olduğundan üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamından $m(\widehat{AEB}) = 30^\circ$ elde edilir.

**b)**




Yandaki şekilde karenin köşegen uzunlukları eşit ve kenar uzunluğunun $\sqrt{2}$ katı olduğundan $|AC| = |DB| = 6\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 12$ birim olur. Köşegenler birbirini ortalayarak böldüğünden $|AK| = |KC| = |DK| = |KB| = 6$ birim elde edilir.

EKB üçgeni $30^\circ$-$60^\circ$-$90^\circ$ üçgeni olduğundan $|EB| = 12$ birim olur.

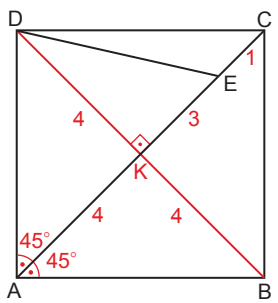
**c)** EKB üçgeni $30^\circ$-$60^\circ$-$90^\circ$ üçgeni olduğundan $|KE| = 6\sqrt{3}$ birim olur. $|AK| = 6$ birim olduğundan $|AE| = 6\sqrt{3} - 6$ birim elde edilir.

## 25. ÖRNEK

Bir ABCD karesi ve karenin AC köşegenini çiziniz. Köşegen üzerinde bir E noktası işaretleyiniz ve $[DE]$nı çiziniz.

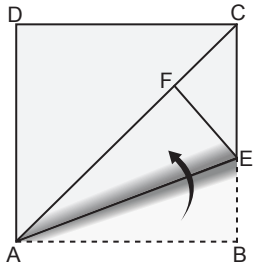
**$|AE| = 7$ cm ve $|EC| = 1$ cm olduğuna göre $|DE|$nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**ÇÖZÜM**



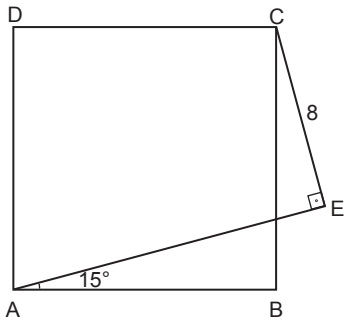

Yandaki şekilde karenin diğer köşegeni $[BD]$ çizilir ve köşegenlerin kesim noktası K olarak isimlendirilirse karenin köşegenleri dik kesiştiğinden $m(\widehat{DKE}) = 90^\circ$ olur. Karenin köşegen uzunlukları birbirine eşit ve $|AC| = 8$ cm olduğundan $|BD| = 8$ cm olur. Karenin köşegenleri birbirini ortalayarak böldüğünden $|AK| = |CK| = |BK| = |DK| = 4$ cm elde edilir. Buradan $|EK| = 3$ cm olur. DKE dik üçgeninde Pisagor teoreminden $|DE|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |DE| = 5$ cm bulunur.

## 10. Sıra Sizde

**1.** 


ABCD karesi şeklindeki kâğıt, AB kenarı AC köşegeniyle çakışacak şekilde yandaki gibi katlanmıştır. $E \in [BC]$, $F \in [AC]$ ve $|CF| = 4$ cm'dir.

**Buna göre karenin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**2.** 


Yandaki şekilde ABCD kare, $[AE] \perp [CE]$, $|CE| = 8$ cm ve $m(\widehat{EAB}) = 15^\circ$ dir.

**Buna göre karenin bir kenarının uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

## 4. UYGULAMA Dörtgenlerin Simetri Özellikleri

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

**1.** Aşağıda verilen birimkareli zemin üzerine yamuk, ikizkenar yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare çiziniz.

**2.** Çizdiğiniz geometrik şekillerin simetri özelliklerine ilişkin ifadeler aşağıda verilmiştir. Verilen geometrik şekillerden bu ifadeleri sağlayanlara ilişkin varsayımlarınızı belirleyiniz.

a) Simetri ekseninin bulunmaması

b) Bir tane simetri ekseninin bulunması

c) Birden fazla simetri ekseninin bulunması

ç) Karşılıklı kenarların orta noktalarından geçen doğruların simetri ekseni olması

d) Köşegenlerinden en az birinin simetri ekseni olması

Varsayımlarınızdan hareketle verilen ifadeyi sağlayan geometrik şekil için aşağıdaki tabloda ilgili boşluklara örneklerdeki gibi "✓" işareti koyunuz.

| Geometrik Şekiller | a) | b) | c) | ç) | d) |
|---|---|---|---|---|---|
| Yamuk | | | | | |
| İkizkenar Yamuk | | ✓ | | | |
| Paralelkenar | | | | | |
| Eşkenar Dörtgen | | | | | |
| Dikdörtgen | | | | | |
| Kare | | | | ✓ | |

**3.** Çizdiğiniz geometrik şekillerin önce bir köşegenini daha sonra da diğer köşegenini çiziniz. Çizdiğiniz köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin bu köşegenlere göre simetrik üçgenler olup olmadığını üçgende benzerlik teoremleri ve koşullarını kullanarak belirleyiniz.

**4.** Çizdiğiniz geometrik şekillerin karşılıklı kenarlarının orta noktalarından geçen doğruları çiziniz. Çizdiğiniz doğruların oluşturduğu dörtgenlerin bu doğrulara göre simetrik dörtgenler olup olmadığını dörtgenlerin açı ve kenar özelliklerini kullanarak belirleyiniz.

**5.** 3 ve 4. maddelerde yaptığınız incelemelerden hareketle varsayımlarınızdan genellemeler oluşturarak arkadaşlarınızla paylaşınız ve genellemelerinizi aşağıdaki tabloya örnekteki gibi yazınız.

| Geometrik Şekiller | Oluşturduğunuz Genellemeler |
|---|---|
| Yamuk | • Yamuğun köşegenleri ve karşılıklı kenarlarının orta noktalarından geçen doğrular, yamuğu simetrik şekillere ayırmaz. |
| İkizkenar Yamuk | |
| Paralelkenar | |
| Eşkenar Dörtgen | |

| | |
|---|---|
| **Dikdörtgen** | |
| **Kare** | |

**6.** Öğretmeninizin rehberliğinde bilgisayar veya etkileşimli tahtada matematik yazılımını kullanarak farklı dörtgenler çiziniz. Varsayımlarınızla genellemelerinizi karşılaştırmak için çizdiğiniz dörtgenlerin köşegenlerini ardından karşılıklı kenarlarının orta noktalarından geçen doğruları çiziniz. Köşegenler ve çizdiğiniz doğruların dörtgende oluşturduğu geometrik şekillerin açı ölçülerini ve kenar uzunluklarını hesaplayarak incelemeler yapınız. Yaptığınız incelemelerden yola çıkarak oluşan şekillerin simetrik olup olmadığını belirleyiniz ve genellemelerinizin her birini bir önerme olarak örnekteki gibi aşağıdaki tabloya yazınız.

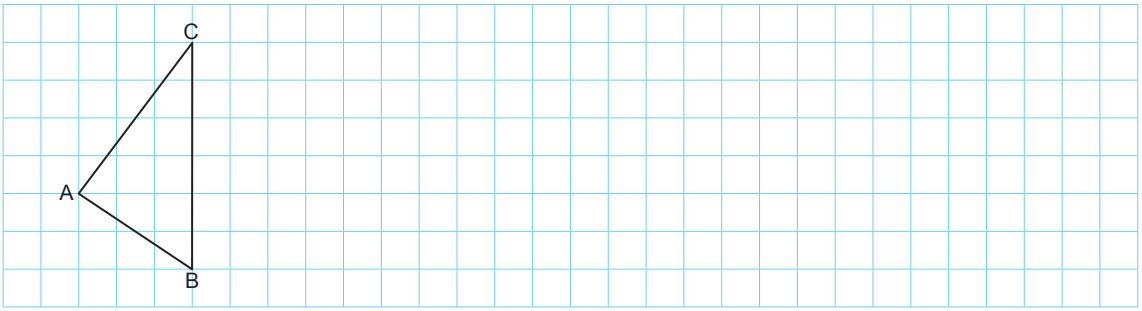
| Geometrik Şekiller | Oluşturduğunuz Önermeler |
|---|---|
| **Yamuk** | • Yamuğun simetri ekseni yoktur. |
| **İkizkenar Yamuk** | |
| **Paralelkenar** | |
| **Eşkenar Dörtgen** | |
| **Dikdörtgen** | |
| **Kare** | |

**7.** Oluşturduğunuz önermelerden ilgili olanları değerlendirerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

**a)** Bir ikizkenar üçgenin tabanına göre simetrisi alınarak oluşturulan dörtgen, hangi geometrik şekli oluşturur?

**b)** Bir ikizkenar dik üçgenin hipotenüsüne göre simetrisi alınarak oluşturulan dörtgen, hangi geometrik şekli oluşturur?

**8.** Aşağıdaki birimkareli zemin üzerinde bir çeşitkenar üçgen verilmiştir. Bu üçgenin en uzun kenarını belirleyerek bu kenara göre simetriği olan üçgeni çiziniz. Oluşan dörtgenin açı, kenar, köşegen ve simetri özelliklerine ilişkin varsayımlarınızı örnekteki gibi yazınız.




- Oluşan dörtgenin eş açıları vardır.

**9.** Üçgende açı ve kenar özellikleri ile benzerlik koşulları ve teoremlerini kullanarak oluşturduğunuz dörtgenin açı, kenar, köşegen ve simetri özelliklerine ilişkin genellemelerinizi örnekteki gibi yazınız.

- Oluşan dörtgenin açılarından en az ikisi eştir.

**10.** Öğretmeninizin rehberliğinde bilgisayar veya etkileşimli tahtada matematik yazılımını kullanarak farklı çeşitkenar üçgenler oluşturunuz. Varsayımlarınızla genellemelerinizi karşılaştırmak için bu üçgenlerin en uzun kenarına göre simetrisini **Doğruda Yansıt** aracını kullanarak çiziniz. Elde ettiğiniz dörtgenin özelliklerine (kenar, açı, köşegen, simetri) ilişkin incelemeler yapınız.

Yaptığınız incelemelerden hareketle aşağıdaki soruları cevaplayınız.

**a)** Oluşan dörtgenin açıları arasında nasıl bir ilişki (karşılıklı açıları arasındaki ilişki, ardışık açıları arasındaki ilişki vb.) vardır?

**b)** Oluşan dörtgenin kenarları arasında nasıl bir ilişki (kenarların paralelliği, kenar uzunluklarının eşitliği vb.) vardır?

**c)** Oluşan dörtgenin köşegenleri arasında nasıl bir ilişki (köşegen uzunluklarının eşitliği, köşegenlerin açıortay olması, köşegenlerin birbirini ortalayarak bölmesi, köşegenlerin dik kesişmesi vb.) vardır?

**ç)** Oluşan dörtgenin simetri özellikleri (köşegenlerinin her birinin simetri ekseni olması, karşılıklı kenar çiftlerinden en az birinin orta noktalarından geçen doğrunun simetri ekseni olması vb.) nelerdir?

**11.** Bir çeşitkenar üçgen ve bu üçgenin en uzun kenarına göre simetriği olan üçgen ile oluşan dörtgenin özelliklerine ilişkin önermelerinizi yazınız.

- Oluşan dörtgende farklı uzunluktaki kenarların oluşturduğu açılar eştir.

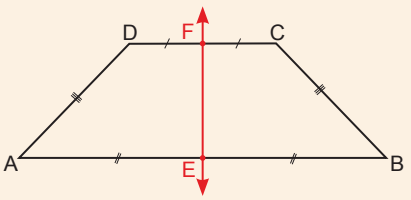
**12.** Oluşturduğunuz dörtgeni 11. adımda elde ettiğiniz önermelerinizi değerlendirerek nasıl tanımlayabileceğinize ilişkin fikirlerinizi açıklayınız ve bu dörtgen için bir tanım yazınız.

## Zihinde Kalanlar

- **YAMUK**

Yamuğun simetri ekseni yoktur.

- **İKİZKENAR YAMUK**




İkizkenar yamuğun bir simetri ekseni vardır.

İkizkenar yamuğun simetri ekseni, yamuğun alt ve üst tabanlarının orta noktalarından geçen doğrudur.

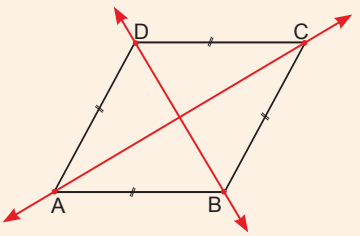
Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunda E ve F sırasıyla yamuğun alt ve üst tabanlarının orta noktaları olmak üzere EF, yamuğun simetri eksenidir.

Dolayısıyla AEFD ve BEFC eş dörtgenlerdir.

- **PARALELKENAR**

Paralelkenarın simetri ekseni yoktur.

- **EŞKENAR DÖRTGEN**

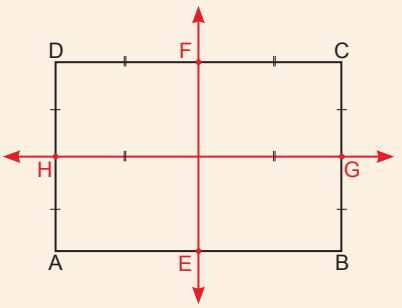



Eşkenar dörtgenin iki simetri ekseni vardır.

Eşkenar dörtgenin simetri eksenleri, köşegenlerini üzerinde taşıyan doğrulardır.

Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde köşegenler açıortay olduğundan AC ve BD, eşkenar dörtgenin simetri eksenleridir. Dolayısıyla ABC ve ADC üçgenleri ile BAD ve BCD üçgenleri eş üçgenlerdir.

- **DİKDÖRTGEN**

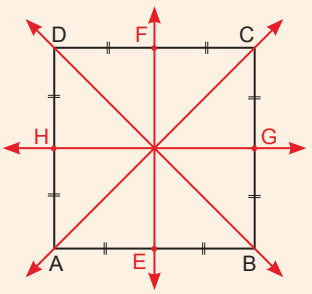



Dikdörtgenin iki simetri ekseni vardır.

Dikdörtgenin simetri eksenleri, karşılıklı kenarlarının orta noktalarından geçen doğrulardır.

Yandaki ABCD dikdörtgeninde E, F, G, H sırasıyla $[AB]$, $[DC]$, $[BC]$ ve $[AD]$nın orta noktaları olmak üzere EF ve GH doğruları; dikdörtgenin simetri eksenleridir.

- **KARE**




Karenin dört simetri ekseni vardır.

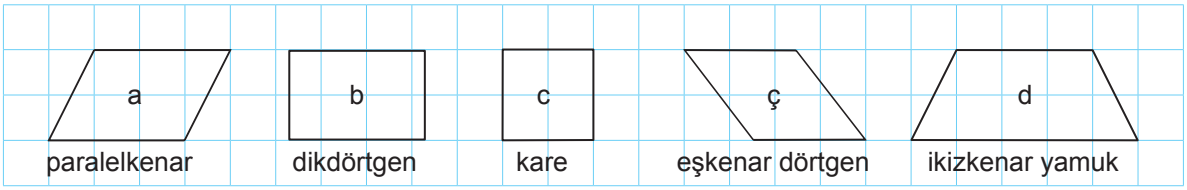
Karenin simetri eksenleri, karşılıklı kenarlarının orta noktalarından geçen doğrular ve köşegenlerini üzerinde taşıyan doğrulardır.

Yandaki ABCD karesinde E, F, G, H sırasıyla karenin $[AB]$, $[DC]$, $[BC]$ ve $[AD]$nın orta noktaları olmak üzere EF ve GH doğruları; dikdörtgenin simetri eksenleridir.

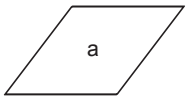
Karenin köşegenleri açıortay olduğundan AC ve BD doğruları da karenin simetri eksenleridir.

## 26. ÖRNEK

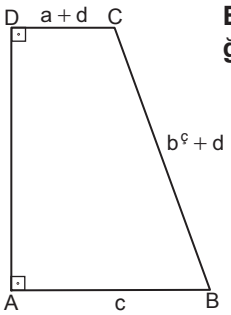
Aşağıda bazı geometrik şekiller ve içlerinde a, b, c, ç, d harfleri verilmiştir.Her harf, içinde bulunduğu geometrik şeklin simetri ekseni sayısını ifade etmektedir.




Örneğin paralelkenarın simetri ekseni olmadığından




şeklinde a = 0'dır.




**Buna göre kenar uzunlukları birim cinsinden yandaki şekilde verilen dik yamuğun yüksekliğinin hangi harfle temsil edilebileceğini bulunuz.**

### ÇÖZÜM

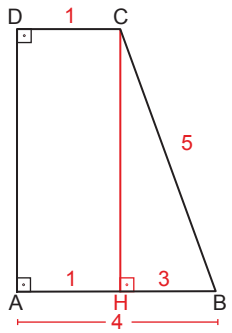
Paralelkenarın simetri ekseni olmadığından a = 0

Dikdörtgenin 2 simetri ekseni olduğundan b = 2

Karenin 4 simetri ekseni olduğundan c = 4

Eşkenar dörtgenin 2 simetri ekseni olduğundan ç = 2

İkizkenar yamuğun 1 simetri ekseni olduğundan d = 1'dir.

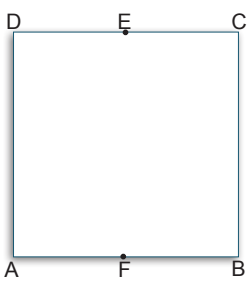



O hâlde $|CD| = a + d = 0 + 1 = 1$ birim, $|BC| = b^{ç} + d = 2^2 + 1 = 5$ birim, $|AB| = c = 4$ birim elde edilir. Yamuğun C köşesinden AB kenarına çizilen H dikme ayağı olmak üzere $[CH]$ yüksekliği çizilirse $|CD| = |AH| = 1$ birim ve $|HB| = 4 - 1 = 3$ birim olur.

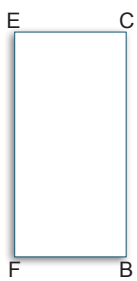
BHC dik üçgeninde Pisagor teoreminden $|CH|^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow |CH| = |AD| = 4$ birim bulunur. Bu durumda dik yamuğun yüksekliği c ile ifade edilir.

## 27. ÖRNEK

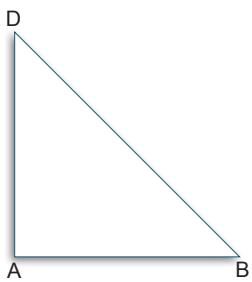
Şekil 1'de verilmiş olan dörtgen şeklindeki bir kâğıt, D ve A noktası sırasıyla C ve B noktasıyla çakışacak şekilde $[EF]$ boyunca katlandığında Şekil 2'deki FBCE dörtgeni elde ediliyor. Kâğıt açılıp C noktası A noktasıyla çakışacak şekilde $[DB]$ boyunca katlandığında Şekil 3'teki ABD üçgeni elde ediliyor.




*Şekil 1*




*Şekil 2*




*Şekil 3*

**Buna göre**

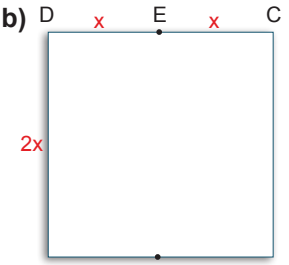
**a) Şekil 1'deki kâğıdın hangi geometrik şekil olduğunu bulunuz.**

**b) Kâğıt, Şekil 2'deki gibi katlandığında çevre uzunluğu 12 cm azaldığına göre Şekil 3'teki gibi katlandığında çevre uzunluğunun kaç cm azaldığını bulunuz.**

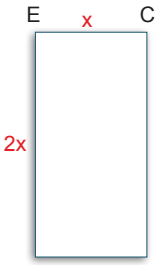
## ÇÖZÜM

**a)** ABCD dörtgeni Şekil 1'de $[EF]$na göre simetrik olduğundan ABCD kare veya dikdörtgendir. ABCD dörtgeni Şekil 2'de BD köşegenine göre simetrik olduğundan ABCD dörtgeninin kare olduğu bulunur.

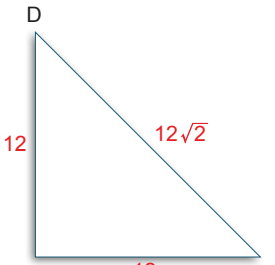
**b)**



*Şekil 1*



*Şekil 2*



*Şekil 3*

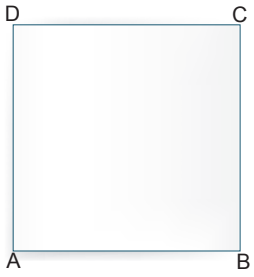
Karenin bir kenar uzunluğu 2x cm alınırsa çevre uzunluğu 8x cm olur. Şekil 2'deki FBCE dikdörtgenin çevre uzunluğu 6x cm'dir. Kâğıt Şekil 2'deki gibi katlandığında çevre uzunluğu 12 cm azaldığından $8x - 6x = 12 \Rightarrow x = 6$ cm olur.

Buradan karenin bir kenar uzunluğu 12 cm, çevre uzunluğu 48 cm elde edilir.

Şekil 3'te $|AD| = |AB| = 12$ cm olduğundan DAB dik üçgeninde Pisagor teoreminden $|DB|^2 = |AB|^2 + |AD|^2 \Rightarrow |DB|^2 = 12^2 + 12^2 \Rightarrow |DB| = 12\sqrt{2}$ cm bulunur. Buradan DAB dik üçgeninin çevre uzunluğu $24 + 12\sqrt{2}$ cm elde edilir.

Kâğıt, Şekil 3'teki gibi katlandığında çevre uzunluğu $48 - (24 + 12\sqrt{2}) = 24 - 12\sqrt{2}$ cm azalır.

### 11. Sıra Sizde




Yanda verilen ABCD şeklindeki kâğıt, $[AC]$ boyunca katlandığında AD ve DC kenarları sırasıyla AB ve BC kenarlarıyla çakışmaktadır.

**Oluşan yeni şekle göre aşağıda verilen ifadelerden hangilerinin her zaman doğru olduğunu gerekçesiyle açıklayınız.**

**a) $[AD] \,//\, [BC]$ dir.**

**b) Kâğıt, kare şeklindedir.**

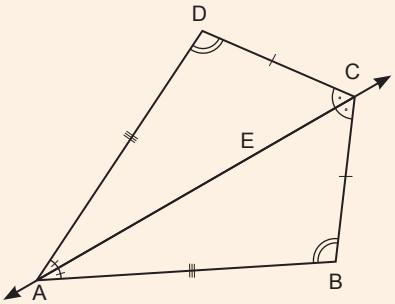
**c) Karşılıklı kenarlar arasındaki uzaklıklar eşittir.**

**ç) Kâğıt açılıp [BD] boyunca katlandığında oluşan kat izleri dik kesişir.**

**TANIM**

En az bir köşegenine göre simetrik olan dörtgene **deltoid** denir.

**Zihinde Kalanlar**

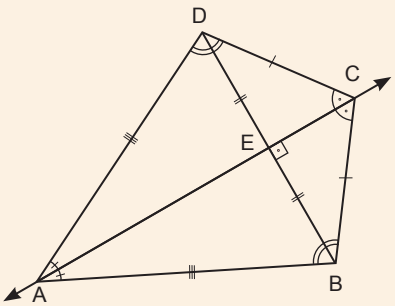



ABCD deltoidinde

$|AD| = |AB|$
$|DC| = |BC|$

$m(\widehat{B}) = m(\widehat{D})$
$m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{BAC})$
$m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{ACB})$ dür.

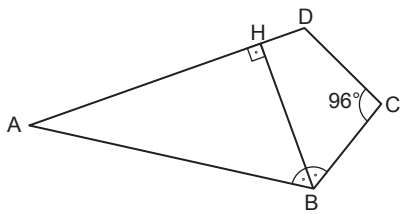
Deltoidin en az bir simetri ekseni vardır. ABCD deltoidinde simetri ekseni, AC doğrusudur.




$[AC] \cap [BD] = \{E\}$ olmak üzere
Deltoidin simetri ekseni olan AC köşegeni açıortaydır.
$[AC] \perp [BD]$ ve AC köşegeni, BD köşegenini ortalayarak böler.

Eşkenar dörtgen ve kare, köşegenlerine göre simetrik dörtgenler olduğundan birer deltoiddir.

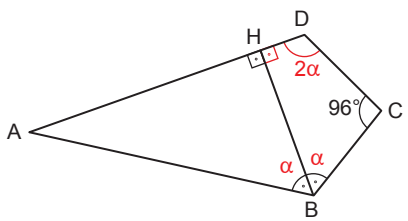
**28. ÖRNEK**




Yandaki ABCD deltoidinde $|BC| = |CD|$, $H \in [AD]$, $[BH]$ iç açıortay, $m(\widehat{BHA}) = 90°$ ve $m(\widehat{BCD}) = 96°$ dir.

**Buna göre $m(\widehat{BAD})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**ÇÖZÜM**

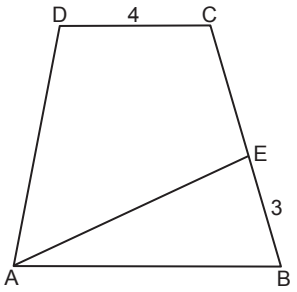



Yandaki ABCD deltoidinde $|BC| = |CD|$ olduğundan $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ADC})$ olur. $[BH]$ iç açıortay olduğundan $m(\widehat{ABH}) = m(\widehat{CBH}) = \alpha$ olarak adlandırılırsa $m(\widehat{ADC}) = 2\alpha$ olur. BCDH dörtgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından $\alpha + 96° + 2\alpha + 90° = 360° \Rightarrow 3\alpha + 186° = 360° \Rightarrow 3\alpha = 174° \Rightarrow \alpha = 58°$ bulunur.

Buradan $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ADC}) = 2\alpha = 2 \cdot 58° = 116°$ olur.

ABCD deltoidinin iç açılarının ölçüleri toplamından $m(\widehat{BAD}) + 116° + 96° + 116° = 360° \Rightarrow m(\widehat{BAD}) + 328° = 360° \Rightarrow m(\widehat{BAD}) = 32°$ bulunur.

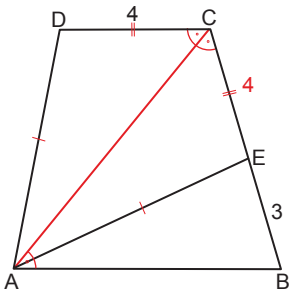
## 29. ÖRNEK




Yandaki şekilde ABCD yamuk, AECD deltoid; B, E, C noktaları doğrusal; $|AE| = |AD|$, $[AB] \,//\, [DC]$, $|DC| = 4$ birim ve $|EB| = 3$ birimdir.

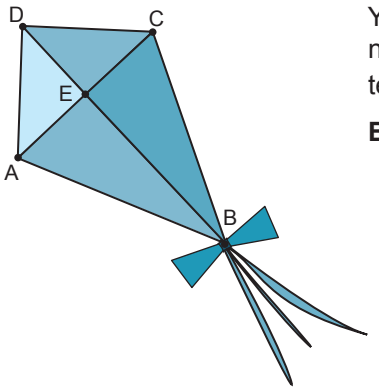
**Buna göre $|AB|$nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM




Yandaki AECD deltoidinde $|AE| = |AD|$ olduğundan $|DC| = |CE| = 4$ birim olur. AECD deltoidinin köşegeni olan $[AC]$ açıortay olduğundan $m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{ECA})$ dür. $[AB] \,//\, [DC]$ olduğundan $m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{CAB})$ elde edilir. Buradan $m(\widehat{ECA}) = m(\widehat{CAB})$ olduğundan ABC, ikizkenar üçgen olur. Bu durumda $|AB| = |BC| = 7$ birim bulunur.

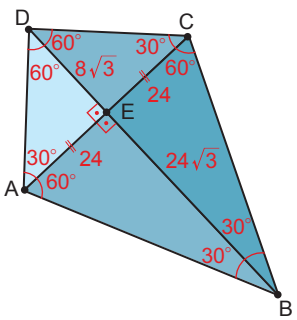
## 30. ÖRNEK




Yandaki uçurtma ABCD dörtgeni olarak modellenmiştir. ABCD dörtgeninin simetri ekseni [BD] ve dörtgenin köşegenleri E noktasında kesişmektedir. $m(\widehat{ABC}) = 60°$, $m(\widehat{BAD}) = 90°$, $|BD| > |AC|$ ve $|AC| = 48$ cm'dir.

**Buna göre $|BD|$nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM

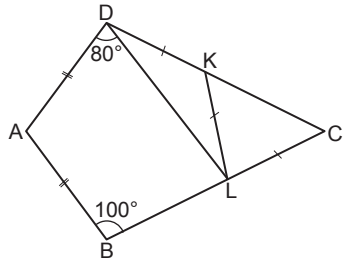



Yandaki ABCD dörtgeninin simetri ekseni $[BD]$ ve $|BD| > |AC|$ olduğundan ABCD dörtgeni deltoiddir. $[BD]$ simetri ekseni olduğundan $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC}) = 30°$ ve $|AE| = |EC| = 24$ cm olur. Deltoidin köşegenleri dik kesiştiğinden $m(\widehat{AEB}) = 90°$ ve AEB üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından $m(\widehat{BAE}) = 60°$ bulunur. AEB 30°-60°-90° üçgeni olduğundan $|EB| = 24\sqrt{3}$ cm'dir. $m(\widehat{BAD}) = 90°$ olarak verildiğinden $m(\widehat{DAE}) = 30°$ ve AED üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından $m(\widehat{ADE}) = 60°$ olur. AED 30°-60°-90° üçgeninden $|DE| = 8\sqrt{3}$ cm olur.

Buradan $|DB| = 24\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 32\sqrt{3}$ cm bulunur.

## 12. Sıra Sizde

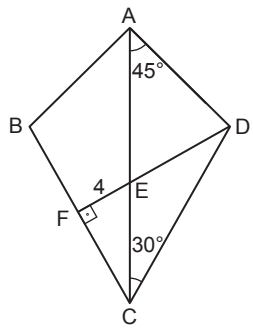
**1.**




Yandaki ABCD deltoidinde B, L, C noktaları doğrusal; $K \in [CD]$, $|AB| = |AD|$, $|DK| = |KL| = |LC|$, $m(\widehat{ADL}) = 80^\circ$ ve $m(\widehat{ABC}) = 100^\circ$ dir.

**Buna göre $m(\widehat{DAB})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**2.**

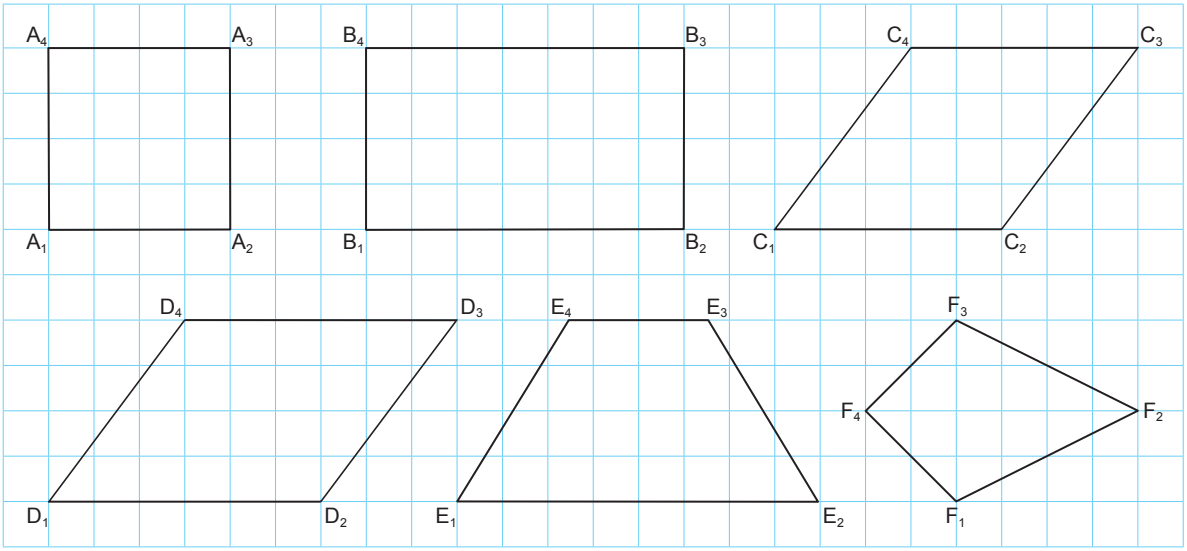



Yandaki ABCD deltoidinde $|AB| = |AD|$, $m(\widehat{ACD}) = 30^\circ$, $m(\widehat{DFC}) = 90^\circ$, $m(\widehat{CAD}) = 45^\circ$ ve $|FE| = 4$ cm'dir.

**Buna göre $|AD|$nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

## 5. UYGULAMA Dörtgenlerin Alan Bağıntıları ve Alan Özellikleri

Aşağıdaki birimkareli zemin üzerinde kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve deltoid verilmiştir. Şekilleri inceleyerek soruları cevaplayınız.



**1.** Verilen dörtgenlerin alanlarının hesaplanabilmesi için dörtgenlerin hangi elemanlarının (açı, kenar, kenara ait yükseklik) bilinmesinin yeterli olduğuna ilişkin varsayımlarınızı aşağıdaki tabloya örnekteki gibi yazınız.

| Geometrik Şekiller | Alanın Hesaplanması İçin Gerekli Elemanlar |
|---|---|
| **Kare** | • Bir kenar uzunluğu |
| **Dikdörtgen** | |
| **Eşkenar Dörtgen** | |
| **Paralelkenar** | |
| **Yamuk** | |
| **Deltoid** | |

**2.** Verilen dörtgenlerin her birinin birer köşegenini çizerek dörtgenleri iki üçgene ayırınız. Üçgende alan bağıntılarını ("Üçgenin iki kenar uzunluğu ile bu kenarları arasındaki açının sinüsünün çarpımının yarısı üçgenin alanını verir." vb.), üçgende benzerlik özelliklerini ("Eş üçgenlerin alanları eşittir." vb.), dörtgenlerin köşegen özelliklerini ("Paralelkenar bir köşegeni ile eş iki üçgene ayrılır." vb.) kullanarak ve belirlediğiniz varsayımlardan yararlanarak dörtgenlerin alanlarını hesaplayınız. İncelemelerinizden yola çıkarak dörtgenlerin alanının nasıl hesaplanabileceğine veya alan bağıntılarına ilişkin genellemeler oluşturunuz. Oluşturduğunuz genellemeleri arkadaşlarınızla paylaşarak aşağıdaki tabloya örnekteki gibi yazınız.

| Geometrik Şekiller | Oluşturduğunuz Genellemeler |
|---|---|
| **Kare** | • Karenin alanı bir köşegeninin oluşturduğu ikizkenar üçgenlerden birinin alanının iki katıdır. |
| **Dikdörtgen** | |
| **Eşkenar Dörtgen** | |

| | |
|---|---|
| **Paralelkenar** | |
| **Yamuk** | |
| **Deltoid** | |

**3.** Aşağıdaki birimkareli zemine verilenlerden farklı en az birer kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve deltoid çiziniz. Varsayımlarınızla genellemelerinizi karşılaştırmak için çizdiğiniz dörtgenlerin alanlarını hesaplayınız.

**4.** Yaptığınız incelemelerden yola çıkarak genellemelerinizi önerme olarak aşağıdaki tabloya örnekteki gibi yazınız.

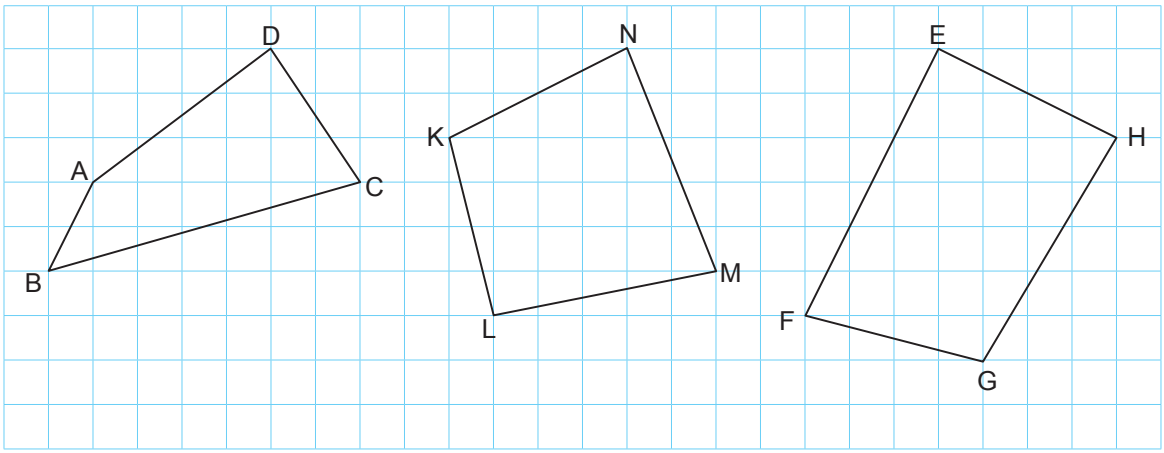
| Geometrik Şekiller | Oluşturduğunuz Önermeler |
|---|---|
| **Kare** | • Karenin alanı bir kenar uzunluğunun karesidir. |
| **Dikdörtgen** | |
| **Eşkenar Dörtgen** | |
| **Paralelkenar** | |
| **Yamuk** | |
| **Deltoid** | |

**5.** Her bir dörtgenin alan bağıntısını veren önermelerinizi değerlendirerek tüm dörtgenlerin alanlarının tek bir alan bağıntısı kullanarak hesaplanmasının mümkün olup olmadığına ilişkin fikirlerinizi açıklayınız.

**6.** Kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve deltoidin sahip olduğu kenar, açı, köşegen ve simetri özelliklerinden bağımsız olarak dörtgenlerin köşegen uzunlukları biliniyorsa alanlarını hesaplamanın mümkün olup olmadığına ilişkin fikirlerinizi açıklayınız. Köşegen uzunlukları kullanılarak alanı hesaplanamayan dörtgenlerde üçgenin alan bağıntılarından yararlanarak alan hesabı için hangi verilerin gerekli olduğunu açıklayınız.

**7.** 5. maddede verdiğiniz cevaptan yararlanarak bir dörtgenin alanının nasıl hesaplanabileceğine ilişkin varsayımlarda bulununuz.

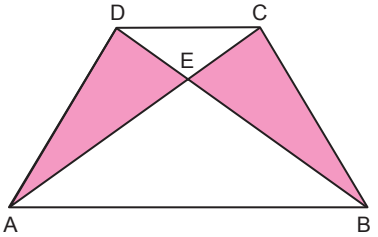
**8.** Aşağıdaki birimkareli zeminde verilen dörtgenlerin her birinin köşegenlerini çizerek dörtgenleri üçgenlere ayırınız. Üçgende alan bağıntıları ("Üçgenin iki kenar uzunluğu ile bu kenarları arasındaki açının sinüsünün çarpımının yarısı üçgenin alanını verir." vb.), dörtgenlerin köşegen uzunluklarını kullanarak ve belirlediğiniz varsayımlardan hareketle dörtgenlerin alanlarının nasıl hesaplanabileceğine ve dörtgende alan bağıntısına ilişkin genellemeler oluşturunuz.




**9.** Varsayımlarınızla genellemelerinizi karşılaştırmak için birimkareli zeminde verilen dörtgenlerin alanlarını önce birimkareleri kullanarak hesaplayınız. Sonra dörtgeninin alan bağıntısına ilişkin oluşturduğunuz genellemeleri kullanarak verilen dörtgenlerin alanlarını hesaplayınız. Dörtgenlerin alanlarına ilişkin ulaştığınız sonuçları karşılaştırarak dörtgenin alan bağıntısına ilişkin genellemelerinizi bir önerme olarak yazınız.

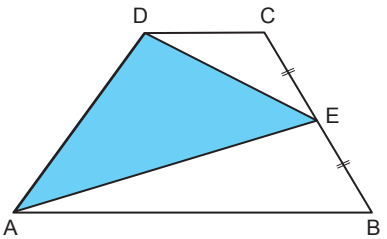
**10.** Öğretmeninizin rehberliğinde beşerli gruplara ayrılarak üçgenlerin alan ve dörtgenlerin köşegen özelliklerini kullanıp oluşturduğunuz önermelerden aşağıdaki durumlarla ilgili olanları değerlendirerek yeni önermeler oluşturunuz ve aşağıda boş bırakılan yerlere yazınız.

**a)**



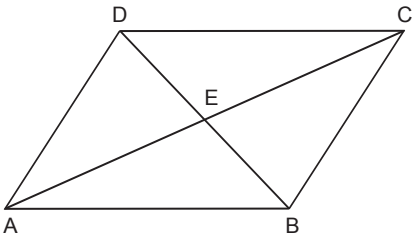

Yandaki ABCD yamuğunda $[AC] \cap [BD] = \{E\}$ ise ADE ve BEC üçgenlerinin alanları arasındaki ilişkiyi ifade eden önerme: .....
.....
.....
.....
.....

**b)**



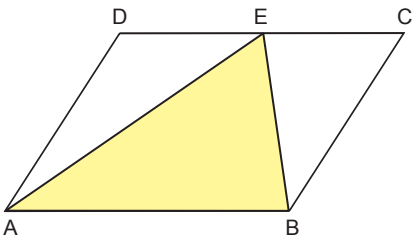

Yandaki ABCD yamuğunda E, [BC]nın orta noktası ise ADE üçgeninin alanı ile ABCD yamuğunun alanı arasındaki ilişkiyi ifade eden önerme: .....
.....
.....
.....
.....

**c)**




Yandaki ABCD paralelkenarında $[AC] \cap [BD] = \{E\}$ ise ADE, AEB, BEC, CDE üçgenlerinin alanları arasındaki ilişkiyi ifade eden önerme: .....
.....
.....
.....
.....

**ç)**



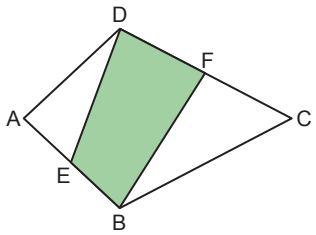

Yandaki ABCD paralelkenarında $E \in [DC]$ ise ABE üçgeninin alanı ile ABCD paralelkenarının alanı arasındaki ilişkiyi ifade eden önerme: .....
.....
.....
.....
.....

**11.** Yamuk ve paralelkenara ilişkin olarak 9. maddede elde ettiğiniz önermelerden hangileri başka dörtgenler için de her zaman geçerli olur? Cevaplarınızdan hareketle aşağıdaki tabloda ilgili boşluğa "✓" işareti koyunuz.

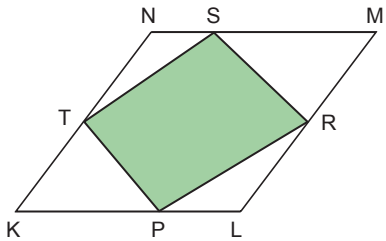
| Geometrik Şekiller | a) | b) | c) | ç) |
|---|---|---|---|---|
| Yamuk | | | | |
| İkizkenar Yamuk | ✓ | | | |
| Paralelkenar | | | | |
| Eşkenar Dörtgen | | | | |
| Dikdörtgen | | | | |
| Kare | | | | |
| Deltoid | | | | |

**12.** Grubunuzla aşağıda verilen problemi çözünüz. Çözümünüzü sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız ve diğer grupların çözümleriyle karşılaştırarak önermelerinizin kullanışlılığını değerlendiriniz.

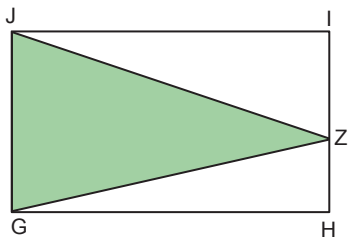
**Problem:** Fahri Bey'in deltoid, eşkenar dörtgen ve dikdörtgen şeklinde eş alanlı üç tarlası bulunmaktadır. Fahri Bey, tarlalarında aşağıdaki şekillerde yeşil renkle gösterilen bölgelere çilek ekmek istemektedir. Çilek ekilecek EDFB, PRST ve GZJ alanları arasındaki ilişkiyi yazınız.




ABCD deltoid, $E \in [AB]$, $F \in [CD]$ ve E, F bulundukları kenarların orta noktaları



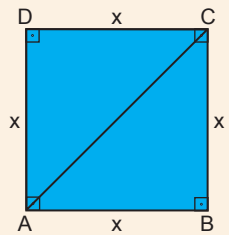

KLMN eşkenar dörtgen, $P \in [KL]$, $R \in [LM]$, $S \in [MN]$, $T \in [KN]$ ve T ile R bulundukları kenarların orta noktaları




GHIJ dikdörtgen, $Z \in [HI]$

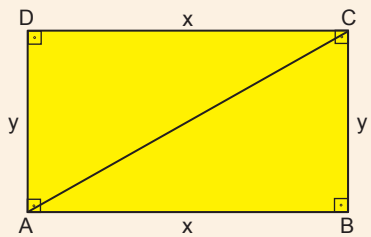
## Zihinde Kalanlar

- **KARE**



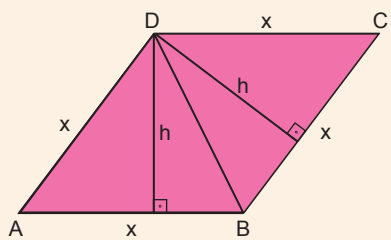

Yandaki ABCD karesinin bir kenar uzunluğu x birim olmak üzere $A(ABCD) = x^2$ birimkaredir.

- **DİKDÖRTGEN**



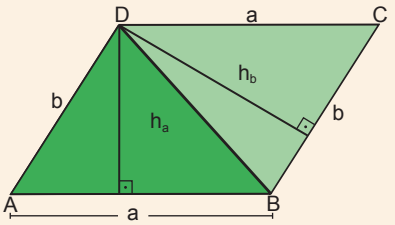

Yandaki ABCD dikdörtgeninde $|AB| = |CD| = x$ birim, $|AD| = |BC| = y$ birim olmak üzere $A(ABCD) = x \cdot y$ birimkaredir.

- **EŞKENAR DÖRTGEN**

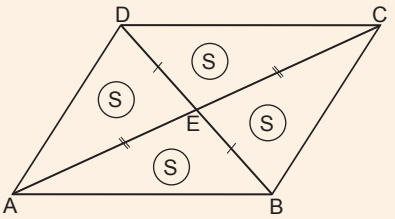



Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninin bir kenar uzunluğu x birim ve yüksekliği h birim olmak üzere $A(ABCD) = x \cdot h$ birimkaredir.

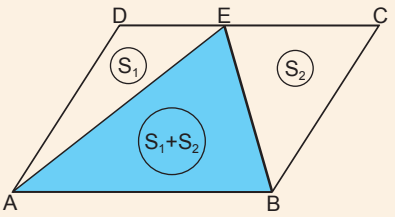
## • PARALELKENAR




Yandaki ABCD paralelkenarında $|AB| = |CD| = a$ birim, $|AD| = |BC| = b$ birim, $[AB]$ na ait yükseklik $h_a$ birim, $[BC]$ na ait yükseklik $h_b$ birim olmak üzere
$A(ABCD) = a \cdot h_a = b \cdot h_b$ birimkaredir.




Köşegenler paralelkenarın alanını dört eş parçaya böler.
Yandaki ABCD paralelkenarında $[AC] \cap [BD] = \{E\}$ olmak üzere $A(\widehat{ABE}) = A(\widehat{ADE}) = A(\widehat{DEC}) = A(\widehat{BEC})$ dır.

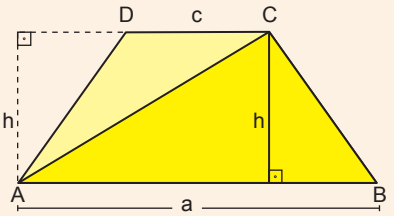



Paralelkenarın herhangi bir kenarı üzerinde alınan nokta ile bu kenarın karşı kenar köşelerinin oluşturduğu üçgeninin alanı, paralelkenarın alanının yarısıdır.
Yandaki ABCD paralelkenarında $E \in [DC]$,
$A(\widehat{ADE}) = S_1$ birimkare ve $A(\widehat{EBC}) = S_2$ birimkare olmak üzere

$$A(\widehat{ABE}) = \frac{A(ABCD)}{2} \text{ dir.}$$

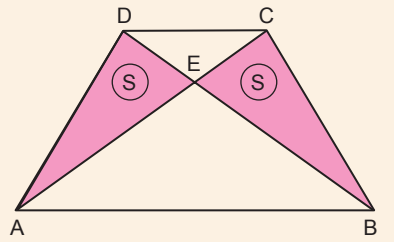
Eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare birer paralelkenar olduğundan paralelkenarın sahip olduğu bu özellikler, bu dörtgenler için de geçerlidir.

## • YAMUK

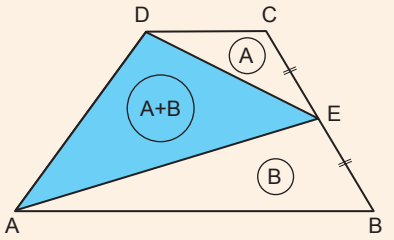



Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$, $|AB| = a$ birim, $|CD| = c$ birim ve yamuğun yüksekliği h birim olmak üzere

$$A(ABCD) = \frac{(a+c) \cdot h}{2} \text{ birimkaredir.}$$




Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$, $[AC] \cap [BD] = \{E\}$,
$A(\widehat{ADE}) = A(\widehat{BEC})$ dır.

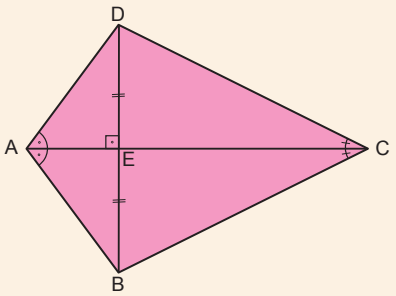



Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$, $[BC]$ kenarının orta noktası E, $A(\widehat{DCE}) = A$ birimkare ve $A(\widehat{ABE}) = B$ birimkare olmak üzere

$$A(\widehat{ADE}) = \frac{A(ABCD)}{2} \text{ dir.}$$

Yamuğa ilişkin bu özellikler paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare için de geçerlidir.

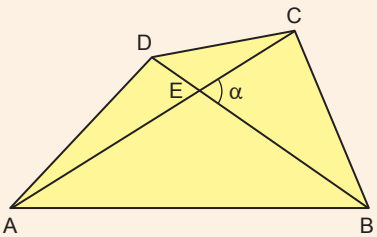
- **DELTOİD**




Yandaki ABCD deltoidinde $[AC] \cap [BD] = \{E\}$ olmak üzere

$A(ABDC) = \dfrac{|BD| \cdot |AC|}{2}$ dir.

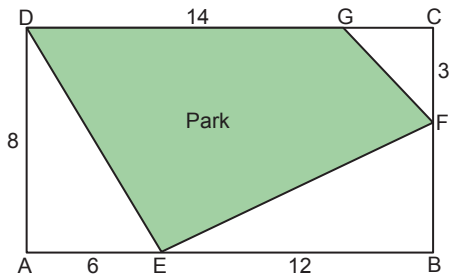
- **DÖRTGEN**




Yandaki ABCD dörtgeninde $[AC] \cap [BD] = \{E\}$,
$m(\widehat{BEC}) = \alpha$, $|AC| = e$ birim ve $|BD| = f$ birim olmak üzere

$A(ABCD) = \dfrac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \sin\alpha$ birimkaredir.

## 31. ÖRNEK




ABCD dikdörtgeni şeklindeki bir arsanın içine yapılacak park, DEFG dörtgeni olarak yandaki gibi modellenmiştir. $E \in [AB]$, $F \in [BC]$ ve $G \in [CD]$ dır. $|AD| = 8$ birim, $|AE| = 6$ birim, $|EB| = 12$ birim, $|CF| = 3$ birim ve $|GD| = 14$ birimdir.

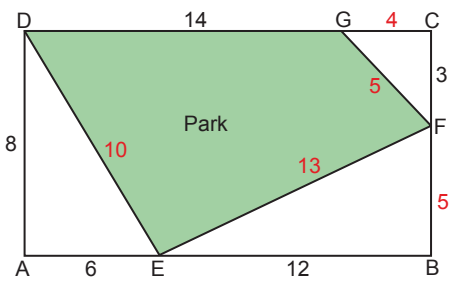
**Buna göre**

**a) Yapılacak parkın çevre uzunluğunun kaç birim olacağını bulunuz.**

**b) Yapılacak parkın alanının kaç birimkare olacağını bulunuz.**

### ÇÖZÜM

**a)**



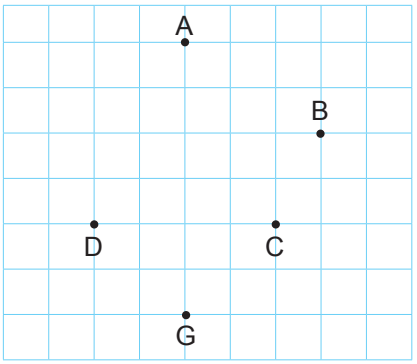

Yandaki şekilde ABCD dikdörtgeninin karşılıklı kenar uzunlukları eşit olduğundan $|GC| = 18 - 14 = 4$ birim, $|FB| = 8 - 3 = 5$ birimdir. DAE dik üçgeninde Pisagor teoreminden $|DE|^2 = 8^2 + 6^2 \Rightarrow |DE| = 10$ birim, EBF dik üçgeninde Pisagor teoreminden $|EF|^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow |EF| = 13$ birim, GCF dik üçgeninde Pisagor teoreminden $|GF|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |GF| = 5$ birim bulunur.

$\text{Çevre}(DEFG) = 14 + 10 + 13 + 5 = 42$ birimdir.

**b)** $A(DEFG) = A(ABCD) - \left[A(\widehat{DAE}) + A(\widehat{EBF}) + A(\widehat{GCF})\right]$ olduğundan

$$A(DEFG) = 8 \cdot 18 - \left[\frac{8 \cdot 6}{2} + \frac{12 \cdot 5}{2} + \frac{4 \cdot 3}{2}\right]$$
$$= 144 - (24 + 30 + 6)$$
$$= 84 \text{ birimkare bulunur.}$$

## 13. Sıra Sizde




Yandaki birimkareli zeminde A, B, C, D ve G noktaları verilmiştir.

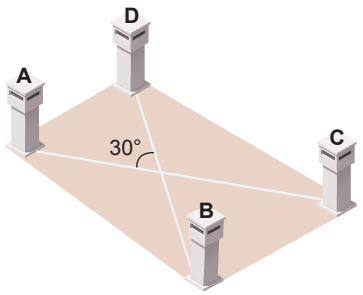
**Buna göre**

**a) BCGD dörtgeninin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

**b) Köşeleri A, B, C, D ve G noktalarından dördü olan deltoidin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

**c) Köşeleri A, B, C, D ve G noktalarından dördü olan yamuğun alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

## 32. ÖRNEK




Yandaki görselde ABCD dörtgeniyle sınırlı bir askerî karargâhın köşelerine gözlem kuleleri yerleştirilmiştir. Bölgenin alanını ölçmek isteyen Emir; sırtı A, yüzü C kulesine bakacak şekilde konumlanıp yere AC boyunca bir çizgi çiziyor. Sonra sırtı D, yüzü B kulesine bakacak şekilde konumlanıp yere BD boyunca bir çizgi çiziyor ve çizgiler arasındaki açının ölçüsünü $30^\circ$ olarak belirliyor. Emir, dörtgenin çapraz köşelerinde bulunan kulelerin arasındaki uzaklıkların eşit ve 600 m olduğunu bilmektedir.

**Buna göre Emir, ABCD dörtgeniyle sınırlı bölgenin alanını kaç $m^2$ olarak ölçmüştür?**

### ÇÖZÜM

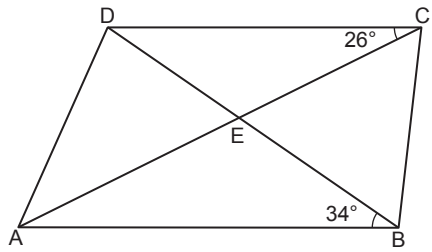
ABCD dörtgeninin alanı, $A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD| \cdot \sin\alpha$ formülüyle bulunur.

ABCD dörtgeninin köşegen uzunlukları $|AC| = |BD| = 600\,m$ ve köşegenler arasındaki açı ölçüsü $30^\circ$ olduğundan $A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 600 \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 600 \cdot \frac{1}{2} = 90\,000\,m^2$ elde edilir.

## 14. Sıra Sizde

**1. Köşegen uzunlukları 4 cm ve 10 cm olan bir deltoidin alanının kaç cm² olduğunu bulunuz.**

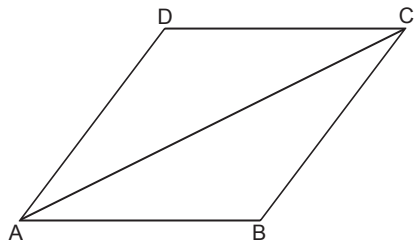
**2.**




Yandaki ABCD yamuğunda $[BD] \cap [AC] = \{E\}$, $[DC] \parallel [AB]$, $m(\widehat{DCA}) = 26°$, $m(\widehat{DBA}) = 34°$, $|AC| = 4\sqrt{3}$ birim ve $A(ABCD) = 30$ birimkaredir.

**Buna göre $|BD|$nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

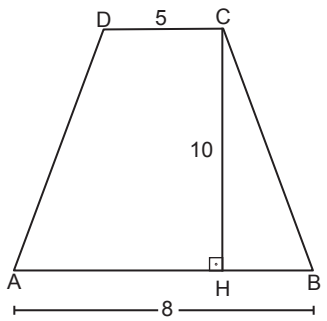
**3.**




Yandaki ABCD eşkenar dörtgenin çevre uzunluğu 20 cm ve $|AC| = 8$ cm'dir.

**Buna göre ABCD eşkenar dörtgeninin alanının kaç cm² olduğunu bulunuz.**

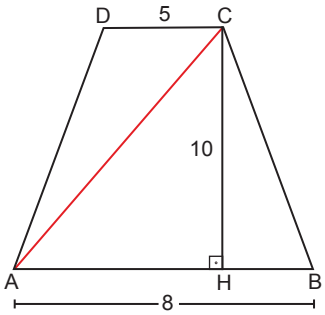
## 33. ÖRNEK




Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$; A, H, B noktaları doğrusal; $[CH] \perp [AB]$, $|DC| = 5$ cm, $|AB| = 8$ cm ve $|CH| = 10$ cm'dir.

**Buna göre yamuğun alanının kaç cm² olduğunu bulunuz.**

**ÇÖZÜM**



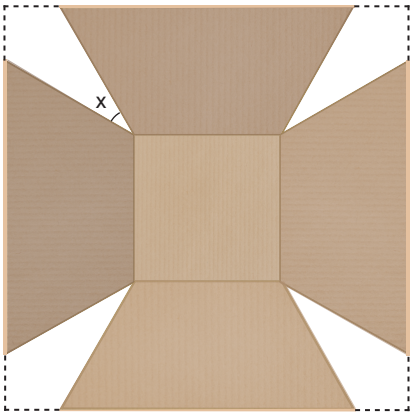

Yandaki ABCD yamuğunun köşegeni olan $[AC]$ çizildiğinde $A(ABCD) = A(\widehat{ABC}) + A(\widehat{ACD})$ olur.

$A(ABCD) = \frac{8 \cdot 10}{2} + \frac{5 \cdot 10}{2} = \left(\frac{5+8}{2}\right) \cdot 10 = 65\ cm^2$ bulunur.

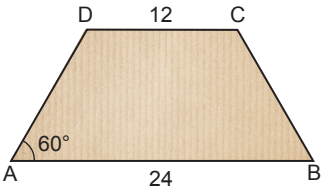
Yukarıdaki $\left(\frac{5+8}{2}\right) \cdot 10$ ifadesinde $\frac{5+8}{2}$ yamuğun orta taban uzunluğu ve 10 yüksekliğidir. Buradan bir yamuğun alanının yamuğun orta taban uzunluğu ile yüksekliğinin çarpımına eşit olduğu görülür.

## 34. ÖRNEK

Ceren; tabanı kare, yan yüzleri birbirine eş 4 ikizkenar yamuktan oluşan bir patlamış mısır kovası yapmak istemektedir. Bunun için kare şeklindeki bir kartonun köşelerinden Görsel 1'deki gibi parçalar kesip çıkartmıştır. Mısır kovasının 4 yan yüzeyini oluşturan ikizkenar yamuklar Görsel 2'deki ABCD yamuğu şeklindedir. $|AB| = 24$ cm, $|DC| = 12$ cm ve $m(\widehat{BAD}) = 60^\circ$ dir.




*Görsel 1*




*Görsel 2*

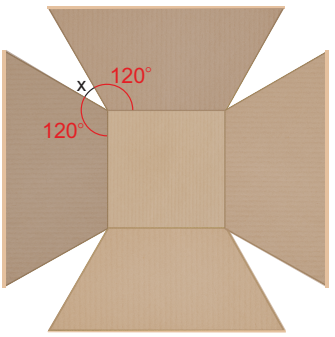
**Buna göre**

**a) Görsel 1'deki ikizkenar yamuklar arasında kalan açısının ölçüsü olan x in kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b) Görsel 1'deki kartonun kesildikten sonra kalan kısmının alanının kaç $cm^2$ olduğunu bulunuz.**

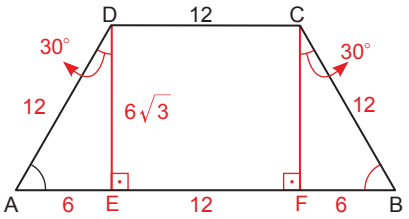
**ÇÖZÜM**

**a)**




Görsel 2'de BAD ve ADC açı ölçülerinin toplamı $180^\circ$ olduğundan $m(\widehat{ADC}) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ olur. Yamuğun ve karenin iç açı ölçüleri yandaki gibi yazıldığında tam açı ölçüsü $360^\circ$ olduğundan $x + 120^\circ + 120^\circ + 90^\circ = 360^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$ bulunur.

**b)**



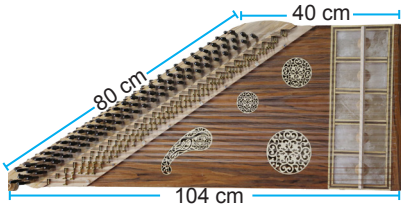

Yandaki ABCD yamuğunun D ve C köşelerinden AB kenarına çizilen dikme ayakları sırasıyla E ve F olsun. EFCD dikdörtgen olduğundan $|DC| = |EF| = 12$ cm olur. Üçgenin iç açıları toplamından AED ve BFC üçgenleri birer $30°\text{-}60°\text{-}90°$ üçgeni olup birbirine eştir (A.K.A.). O hâlde $|AE| = |FB| = \frac{24-12}{2} = 6$ cm olur. AED $30°\text{-}60°\text{-}90°$ üçgeni olduğundan yamuğun yüksekliği $6\sqrt{3}$ cm'dir. Bu durumda

$$A(ABCD) = \left(\frac{|AB|+|DC|}{2}\right) \cdot |DE| = \frac{12+24}{2} \cdot 6\sqrt{3} \Rightarrow A(ABCD) = 108\sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Görsel 1'deki kartonun kesildikten sonra kalan kısmı, bir kenar uzunluğu 12 cm olan kare ve birbirine eş dört yamuktan oluştuğundan kartonun alanı $4 \cdot (108\sqrt{3}) + 12 \cdot 12 = 432\sqrt{3} + 144 \text{ cm}^2$ bulunur.

## 15. Sıra Sizde

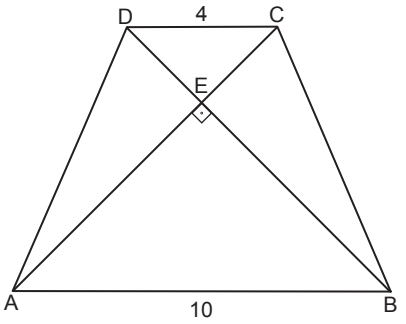
**1.**




Üstten görünümü dik yamuk şeklindeki kanunun boyutları yandaki şekilde verilmiştir.

**Buna göre kanunun dik yamuk şeklindeki üst yüzeyinin alanının kaç cm² olduğunu bulunuz.**

**2.**

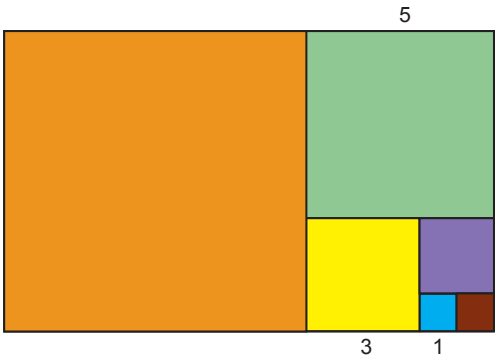



Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunda $[AC] \cap [BD] = \{E\}$, $[AB] \parallel [DC]$, $[AC] \perp [BD]$, $|DC| = 4$ cm ve $|AB| = 10$ cm'dir.

**Buna göre ABCD yamuğunun alanının kaç cm² olduğunu bulunuz.**

## 35. ÖRNEK

Aşağıda bir şirketin ortaklarının şirketteki paylarının yüzdesini gösteren bir şekil verilmiştir. Şekilde bir dikdörtgen, 6 farklı renkte karelere ayrılmıştır. Her bir ortağın şirketteki payı, ait olduğu karenin alanıyla orantılıdır.




Mavi, sarı ve yeşil karelerin bir kenar uzunlukları sırasıyla 1 cm, 3 cm ve 5 cm'dir.

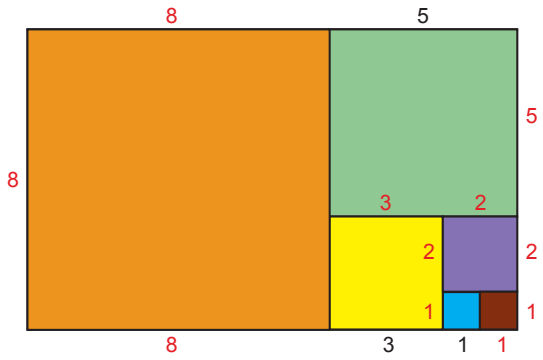
**Buna göre**

**a) Şirketteki payları mavi ve yeşil karelerle gösterilen iki kardeşin toplamda şirketin yüzde kaçına sahip olduğunu bulunuz.**

**b) Geçen yıl sonunda 39 000 000 TL kâr açıklayan şirketin mor kareyle gösterilen ortağının kaç TL kâr aldığını bulunuz.**

### ÇÖZÜM

**a)**




Karelerin kenar uzunlukları yandaki şekle yerleştirildiğinde ortaklarının şirketteki paylarının yüzdesini gösteren dikdörtgenin kenar uzunlukları 8 cm ve 13 cm olur. Buradan dikdörtgeninin alanı $13 \cdot 8 = 104\ cm^2$ bulunur.

Karenin alanı, bir kenar uzunluğunun karesi olduğundan mavi ve yeşil karelerin alanları sırasıyla $1^2 = 1\,cm^2$ ve $5^2 = 25\ cm^2$ olur.

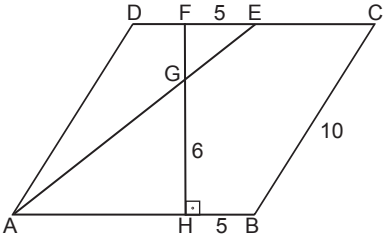
Şirketin toplam değeri dikdörtgenin alanıyla temsil edildiğinden değeri 104 olan şirkette iki kardeşin toplam payı $1 + 25 = 26$'dır. Kardeşlerin şirketteki toplam payının yüzdesi x olarak alınırsa $\frac{26}{104} = \frac{x}{100} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 25$ elde edilir.

Kardeşlerin şirketteki payı %25 olur.

**b)** Mor karenin kenar uzunluğu 2 cm olduğundan alanı $4\ cm^2$ dir. Mor kareyle gösterilen ortağın şirketteki payı, bu karenin alanıyla orantılı olduğundan ve şirketin toplam değeri de dikdörtgenin alanı $104\ cm^2$ ile temsil edildiğinden $\frac{4}{104} = \frac{1}{26}$ olur.

Şirket 39 milyon TL kâr açıkladığından bu ortağın kârı y olarak alınırsa $\frac{1}{26} = \frac{y}{39\,000\,000} \Rightarrow 26y = 39\,000\,000 \Rightarrow y = 1\,500\,000$ TL bulunur.

## 36. ÖRNEK




Yandaki ABCD paralelkenarında $[AE] \cap [FH] = \{G\}$, $[FH] \perp [AB]$, $|AG| = 2|GE|$, $|FE| = |HB| = 5$ birim, $|GH| = 6$ birim ve $|BC| = 10$ birimdir.

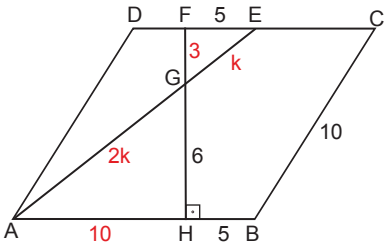
**Buna göre**

**a) Paralelkenarın alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

**b) Paralelkenarın BC kenarına ait yüksekliğin kaç birim olduğunu bulunuz.**

## ÇÖZÜM

**a)**




Yandaki şekilde $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $|GE| = k$ birim alınırsa $|AG| = 2k$ birim olur. Paralelkenarda $[AB] \,//\, [DC]$ olduğundan EFG ve AHG üçgenleri benzerdir (A.A.).

Buradan $\frac{|EF|}{|AH|} = \frac{|EG|}{|AG|} = \frac{|FG|}{|HG|} \Rightarrow \frac{5}{|AH|} = \frac{k}{2k} = \frac{|FG|}{6}$ olduğundan

$|AH| = 10$ birim ve $|FG| = 3$ birim elde edilir.

$|AB| = 15$ birim ve AB kenarına ait yükseklik $|FH| = 9$ birim olduğundan $A(ABCD) = 15 \cdot 9 = 135$ birimkare olur.

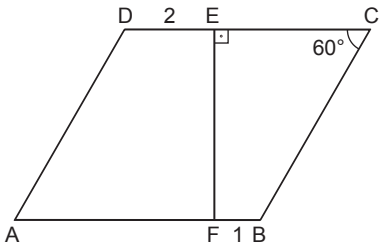
**b)** BC kenarına ait yükseklik h olmak üzere $A(ABCD) = |BC| \cdot h$ dir.

$|BC| = 10$ birim ve $A(ABCD) = 135$ birimkare olduğundan $135 = 10 \cdot h$ olur.

Buradan $h = \frac{27}{2}$ birim bulunur.

### 16. Sıra Sizde

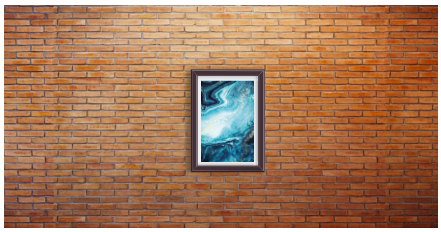
**1.**




Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde D, E, C ile A, F, B noktaları doğrusal; $[FE] \perp [DC]$, $m(\widehat{DCB}) = 60°$, $|DE| = 2$ birim ve $|FB| = 1$ birimdir.

**Buna göre eşkenar dörtgenin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

**2.** Şekil 1 ve 2'de dikdörtgen şeklindeki bir tablonun dikdörtgen şeklindeki bir duvara, kenarları duvarın kenarlarına paralel biçimde asıldığı iki görsel verilmiştir. Şekil 1'deki tablo, Şekil 2'deki gibi asıldığında tablonun duvarın alt ve üst kenarlarına olan uzaklıkları toplamı 40 cm artmıştır.



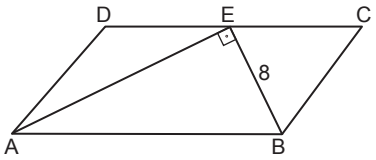
*Şekil 1*



*Şekil 2*

**Tablonun çevre uzunluğu 400 cm olduğuna göre alanının kaç cm² olduğunu bulunuz.**

## 37. ÖRNEK




Yandaki ABCD paralelkenarında $E \in [DC]$, $[AE] \perp [EB]$, $|EB| = 8$ birim ve $|DC| = 17$ birimdir.

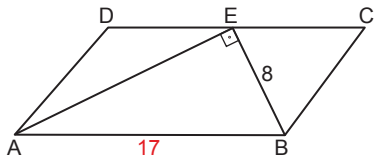
**Buna göre**

**a) Paralelkenarın alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

**b) Paralelkenarın AB kenarına ait yüksekliğinin kaç birim olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM

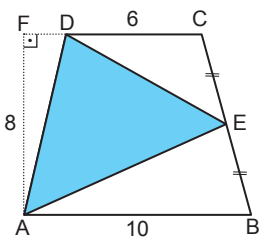
**a)**




Karşılıklı kenar uzunlukları eşit olduğundan yandaki ABCD paralelkenarında $|AB| = 17$ birimdir. AEB dik üçgeninde Pisagor teoreminden $|AE|^2 + |BE|^2 = |AB|^2$ olduğundan $|AE|^2 + 8^2 = 17^2 \Rightarrow |AE| = 15$ birim bulunur. Buradan $A(\widehat{AEB}) = \dfrac{8 \cdot 15}{2} = 60$ birimkare olur. Paralelkenarın alanı AEB üçgeninin alanının iki katı olduğundan $A(ABCD) = 120$ birimkaredir.

**b)** Paralelkenarın alanı bir kenar uzunluğu ile o kenara ait yüksekliğin çarpımıdır. AB kenarına ait yükseklik h olmak üzere $A(ABCD) = 120$ birimkare ve $|AB| = 17$ birim olduğundan $120 = 17 \cdot h$ olur. Buradan $h = \dfrac{120}{17}$ birim elde edilir.

## 38. ÖRNEK

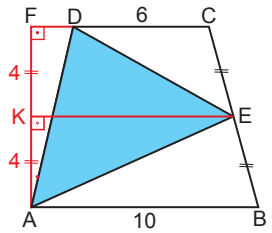



Yandaki şekilde ABCD yamuk; $[AB] /\!/ [DC]$, F, D, C noktaları doğrusal, $[AF] \perp [DC]$, $|CE| = |EB|$, $|DC| = 6$ cm, $|AF| = 8$ cm ve $|AB| = 10$ cm'dir.

**Buna göre göre boyalı alanın kaç cm² olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM

**I. Yol:**



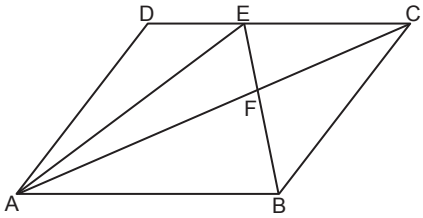

Yandaki şekilde $[AF]$'nın orta noktası K olmak üzere yamuğun orta tabanı olan $[EK]$ çizildiğinde $[EK] /\!/ [AB] /\!/ [DC]$ olur. Buradan EDC üçgeninin DC kenarına ait yükseklik $[KF]$, AEB üçgeninin AB kenarına ait yükseklik $[AK]$ olur.

O hâlde $A(\widehat{DEC}) = \dfrac{6 \cdot 4}{2} = 12$ cm² ve $A(\widehat{AEB}) = \dfrac{10 \cdot 4}{2} = 20$ cm² elde edilir. Yamuğun alanı $A(ABCD) = \dfrac{(10+6) \cdot 8}{2} = 64$ cm² ve $A(\widehat{AED}) = A(ABCD) - \left(A(\widehat{DEC}) + A(\widehat{AEB})\right)$ olduğundan $A(\widehat{AED}) = 64 - (12 + 20) = 32$ cm² bulunur.

**II. Yol:** Bir yamuğun yan kenarlarından birinin orta noktasıyla diğer yan kenarının köşe noktalarının birleşmesiyle oluşan üçgenin alanı, yamuğun alanının yarısı olduğundan $A(\widehat{AED}) = \dfrac{A(ABCD)}{2}$ olur. $A(ABCD) = \dfrac{(10+6) \cdot 8}{2} = 64$ cm² olduğundan $A(\widehat{AED}) = 32$ cm² bulunur.

## 17. Sıra Sizde

**1.**




Yandaki ABCD paralelkenarında $[AC] \cap [EB] = \{F\}$ ve $E \in [DC]$ dır.

**Buna göre aşağıdaki ifadelerin hangilerinin doğru ya da yanlış olduğunu yazınız.**

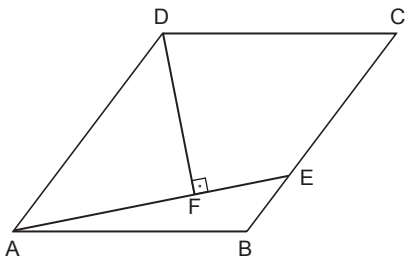
**a)** $2 \cdot A(\widehat{AEB}) = 2 \cdot A(\widehat{ACB}) = A(ABCD)$

**b)** $A(\widehat{AEF}) = A(\widehat{FBC})$

**c)** $A(\widehat{ADE}) = A(\widehat{EBC})$

**ç)** $A(\widehat{ADE}) + A(\widehat{EFC}) = A(\widehat{AFB})$

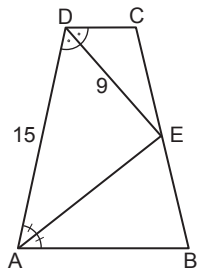
**2.**




Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde B, E, C noktaları doğrusal; $F \in [AE]$, $[DF] \perp [AE]$, $|AE| = 18$ birim ve $|DF| = 11$ birimdir.

**Buna göre eşkenar dörtgenin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

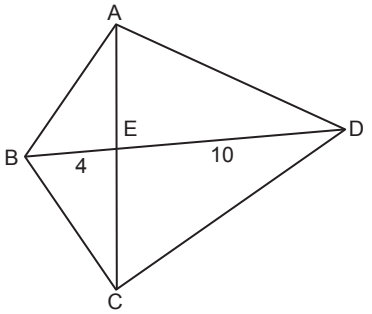
**3.**




Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \,//\, [DC]$, B, E, C noktaları doğrusal $[AE]$ ve $[DE]$ iç açıortay, $|DE| = 9$ cm ve $|AD| = 15$ cm'dir.

**Buna göre yamuğun alanının kaç cm² olduğunu bulunuz.**

## 39. ÖRNEK




Yandaki ABCD dörtgeninde $[DB] \cap [AC] = \{E\}$, $A(\widehat{BAE}) = S_1$, $A(\widehat{ADE}) = S_2$, $A(\widehat{CED}) = S_3$, $A(\widehat{BCE}) = S_4$, $|BE| = 4$ birim ve $|ED| = 10$ birimdir.

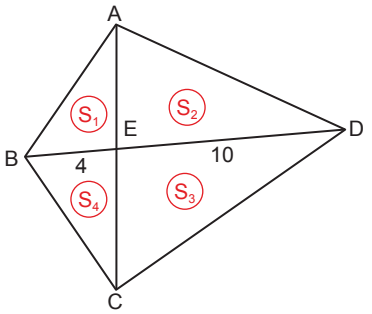
**Buna göre**

**a)** $\dfrac{S_1}{S_2}$ **değerini bulunuz.**

**b)** $\dfrac{S_4}{S_3}$ **değerini bulunuz.**

**c)** $S_1, S_2, S_3, S_4$ **arasındaki bağıntıyı yazınız.**

### ÇÖZÜM

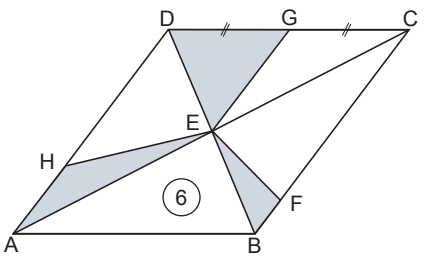



**a)** Yandaki ABCD dörtgeninde ABE ve AED üçgenlerinin sırasıyla BE ve ED kenarlarına ait yükseklikler eşit olduğundan bu iki üçgenin kenar uzunluklarının oranı, üçgenlerin alanları oranı olduğundan $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{|BE|}{|ED|} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$ bulunur.

**b)** a maddesine benzer şekilde $\dfrac{S_4}{S_3} = \dfrac{|BE|}{|ED|} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$ bulunur.

**c)** $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{S_4}{S_3}$ olduğundan dörtgenin köşegenlerinin ayırdığı üçgenlerin alanları arasında $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$ bağıntısı vardır.

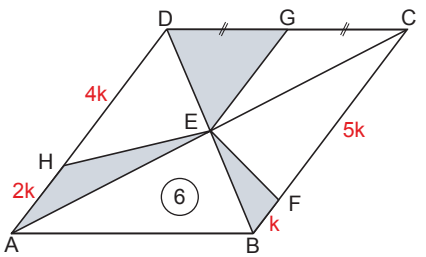
## 40. ÖRNEK




Yandaki ABCD paralelkenarında $[AC] \cap [BD] = \{E\}$, $H \in [AD]$, $F \in [BC]$, $G \in [CD]$, $|DG| = |CG|$, $|DH| = 2|AH|$, $5|BF| = |CF|$ ve $A(\widehat{ABE}) = 6\ cm^2$ dir.

**Buna göre boyalı alanlar toplamının kaç $cm^2$ olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM




Paralelkenarın köşegenleri alanı 4 eş parçaya ayırdığından yandaki ABCD paralelkenarında $A(\widehat{AED}) = A(\widehat{AEB}) = A(\widehat{BEC}) = A(\widehat{DEC}) = 6\ cm^2$ olur.

$k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $|AD| = |BC| = 6k$ cm ise $5|BF| = |CF|$ eşitliğinden $|BF| = k$ cm, $|CF| = 5k$ cm bulunur. $|DH| = 2|AH|$ eşitliğinden de $|DH| = 4k$ cm ve $|AH| = 2k$ cm elde edilir.

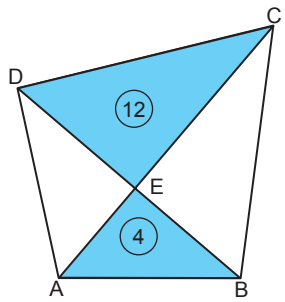
Kenara ait yükseklikleri eşit olan iki üçgenin kenar uzunluklarının oranı; üçgenlerin alanları oranına eşit olduğundan $A(\widehat{DEG}) = A(\widehat{CEG})$, $A(\widehat{DEH}) = 2 \cdot A(\widehat{AEH})$ ve $A(\widehat{CEF}) = 5 \cdot A(\widehat{BEF})$ olur.

Buradan $A(\widehat{DEG}) = 3\ cm^2$, $A(\widehat{AEH}) = 2\ cm^2$ ve $A(\widehat{BEF}) = 1\ cm^2$ elde edilir.

Boyalı alanlar toplamı $A(\widehat{DEG}) + A(\widehat{AEH}) + A(\widehat{BEF}) = 6\ cm^2$ bulunur.

## 18. Sıra Sizde

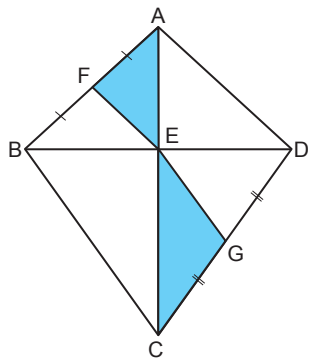
**1.**




Yandaki ABCD dörtgeninde $[DB] \cap [AC] = \{E\}$, $A(\widehat{CDE}) = 12\ cm^2$, $A(\widehat{ABE}) = 4\ cm^2$ ve $A(\widehat{BEC}) - A(\widehat{ADE}) = 2\ cm^2$ dir.

**Buna göre ABCD dörtgeninin alanının kaç $cm^2$ olduğunu bulunuz.**

**2.**

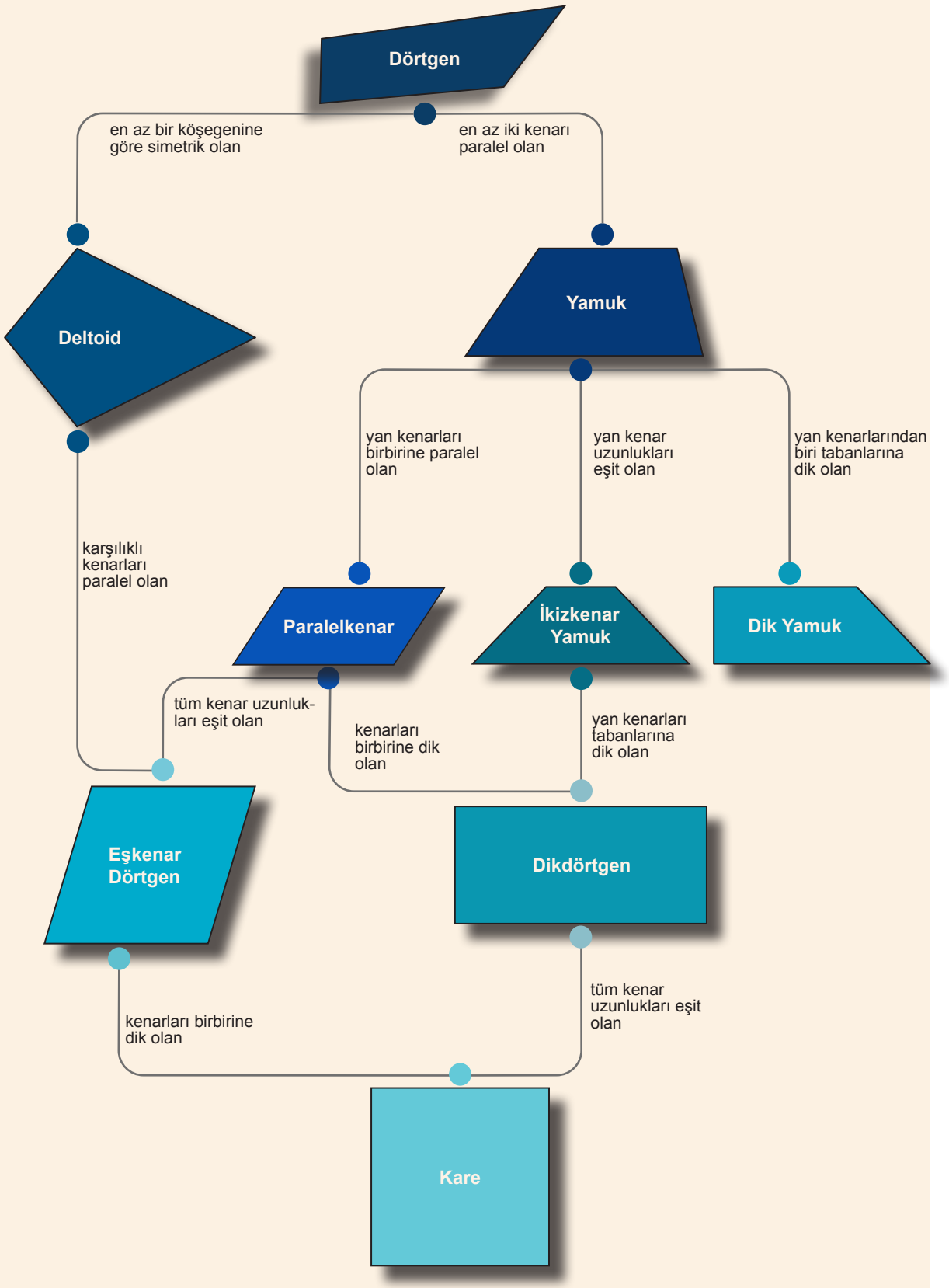



Yandaki ABCD deltoidinde $[DB] \cap [AC] = \{E\}$, $F \in [AB]$, $G \in [CD]$, $|BC| = |CD|$, $|AF| = |FB|$ ve $|DG| = |GC|$ dur.

**Boyalı alanlar toplamı 16 $cm^2$ olduğuna göre deltoidin alanının kaç $cm^2$ olduğunu bulunuz.**

## Zihinde Kalanlar

**Aşağıdaki kavram haritasında dörtgenler arasındaki ilişkiler verilmiştir.**



## Alıştırmalar I

**1.** Aşağıda bazı dörtgen çeşitleri verilmiştir.

- paralelkenar
- dikdörtgen
- kare
- ikizkenar yamuk
- eşkenar dörtgen
- deltoid

**Buna göre**

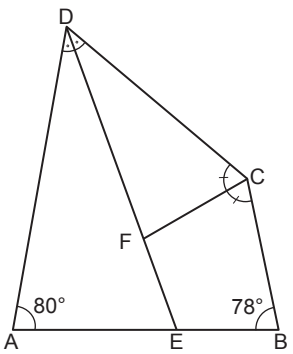
**a) Dörtgenlerden hangilerinin köşegenleri birbirini ortalar?**

**b) Dörtgenlerden hangilerinin köşegenleri birbirine <u>her zaman</u> diktir?**

**c) Dörtgenlerden hangilerinin köşegenlerinin her ikisi de <u>daima</u> açıortaydır?**

**ç) Dörtgenlerden hangilerinin yalnızca bir simetri ekseni vardır?**

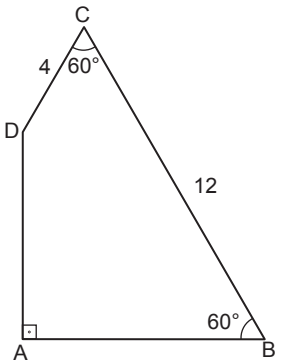
**2.**




Yandaki ABCD dörtgeninde D, E, F ile A, E, B noktaları doğrusal, $[DE]$ ile $[CF]$ açıortay, $m(\widehat{BAD}) = 80^\circ$, $m(\widehat{ABC}) = 78^\circ$ dir.

**Buna göre $m(\widehat{CFE})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

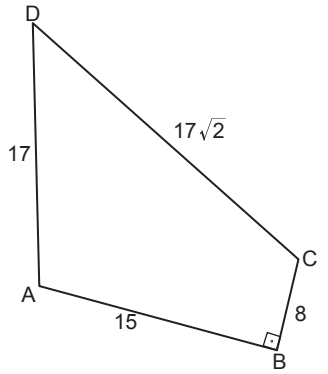
**3.**




Yandaki ABCD dörtgeninde $m(\widehat{DCB}) = m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$, $m(\widehat{BAD}) = 90^\circ$, $|CD| = 4$ birim ve $|BC| = 12$ birimdir.

**Buna göre $|AB|$nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

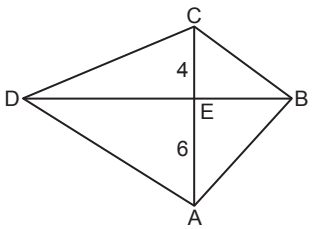
**4.**




Yandaki ABCD dörtgeninde $m(\widehat{ABC}) = 90°$, $|AB| = 15$ birim, $|BC| = 8$ birim, $|AD| = 17$ birim ve $|DC| = 17\sqrt{2}$ birimdir.

**Buna göre ABCD dörtgeninin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

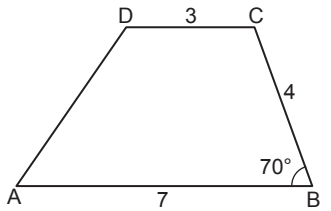
**5.**




Yandaki ABCD dörtgeninde $[DB]$ ile $[AC]$ köşegen, E köşegenlerin kesim noktası, $|CE| = 4$ birim ve $|AE| = 6$ birimdir.

**Buna göre $\dfrac{A(ABCD)}{A(\widehat{BCD})}$ değerini bulunuz.**

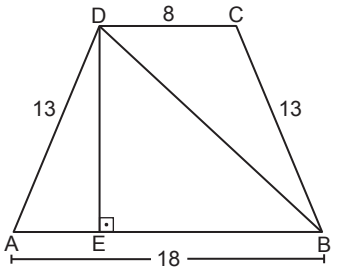
**6.**




Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \,//\, [DC]$, $m(\widehat{ABC}) = 70°$, $|AB| = 7$ cm, $|BC| = 4$ cm ve $|CD| = 3$ cm'dir.

**Buna göre $m(\widehat{BAD})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

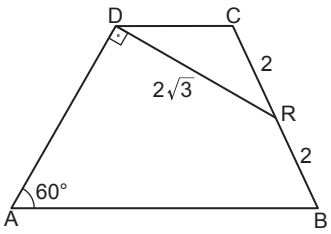
**7.**




Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunda $[AB] \,//\, [DC]$; A, E, B noktaları doğrusal; $[DE] \perp [AB]$, $|AB| = 18$ birim, $|DC| = 8$ birim ve $|AD| = |CB| = 13$ birimdir.

**Buna göre $|DB|$nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**8.**




Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$, $m(\widehat{BAD}) = 60°$, $m(\widehat{ADR}) = 90°, R \in [BC], |BR| = |RC| = 2$ birim ve $|DR| = 2\sqrt{3}$ birimdir.

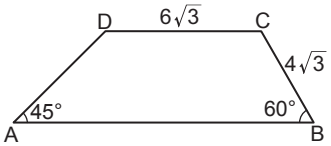
**Buna göre**

**a) $|AD|$ nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**b) ABCD yamuğunun çevre uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**c) ABCD yamuğunun alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

**9.**



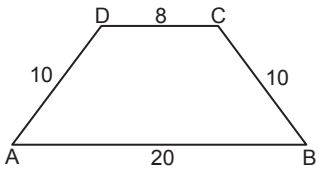

Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$, $m(\widehat{BAD}) = 45°$, $m(\widehat{ABC}) = 60°, |DC| = 6\sqrt{3}$ birim ve $|BC| = 4\sqrt{3}$ birimdir.

**Buna göre**

**a) $|AD|$ nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**b) ABCD yamuğunun alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

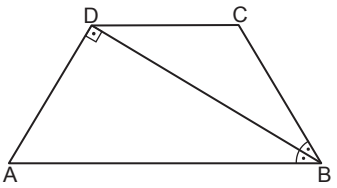
**10.**




Yanda ikizkenar yamuk şeklinde bir kâğıt verilmiştir. Yamuğun birbirine paralel olan AB ve CD kenar uzunlukları sırasıyla 8 cm ve 20 cm, diğer iki kenar uzunlukları eşit ve 10 cm'dir. Kâğıt simetri ekseni boyunca katlanmaktadır.

**Buna göre oluşan şeklin bir yüzünün alanının kaç $cm^2$ olduğunu bulunuz.**

**11.**




Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunda $[AB] \parallel [CD]$, $[BD]$ açıortay, $[AD] \perp [BD]$ ve $|DC| = 6$ cm'dir.

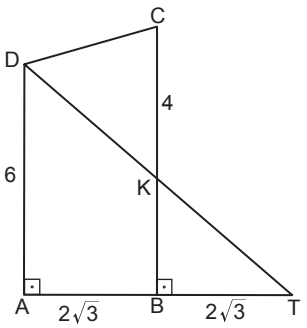
**Buna göre**

**a) $m(\widehat{DCB})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b) ABCD ikizkenar yamuğunun çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**c) ABCD ikizkenar yamuğunun alanının kaç cm² olduğunu bulunuz.**

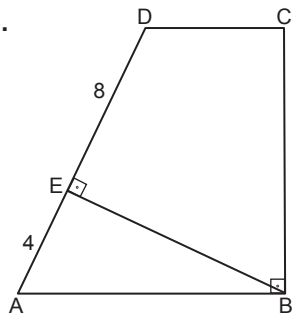
**12.**




Yandaki ABCD dik yamuğunda $[AD] \parallel [BC]$, DAT dik üçgen, $[CB] \perp [AT]$, $K \in [BC] \cap [DT]$, $|AD| = 6$ birim, $|KC| = 4$ birim, $|AB| = |BT| = 2\sqrt{3}$ birimdir.

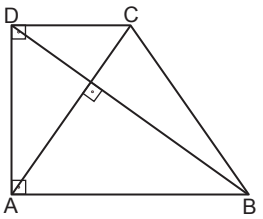
**Buna göre $|CD|$ nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**13.**



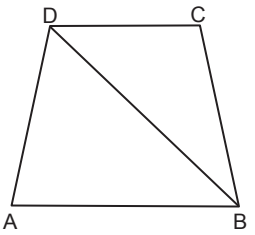

Yandaki ABCD dik yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$, $[AB] \perp [BC]$, $E \in [AD]$, $[BE] \perp [AD]$, $|EA| = 4$ cm, $|ED| = 8$ cm ve $m(\widehat{EBC}) = 2 \cdot m(\widehat{ABE})$ dür.

**Buna göre $|DC|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**14.** 

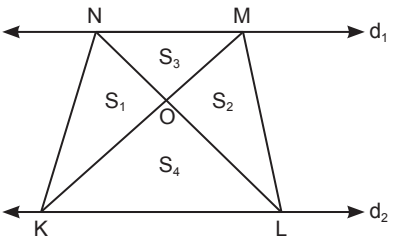

Yandaki ABCD dik yamuğunda $[AB] \parallel [CD]$, $[AC] \perp [BD]$, $m(\widehat{BAD}) = 90°$, $|CD| = \frac{|AB|}{2}$ ve $|AC| = 6$ birimdir.

**Buna göre ABCD dik yamuğunun alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

**15.** 


Yandaki ABCD yamuğunda $[DC] \parallel [AB]$ ve $3|DC| = 2|AB|$ dir.

**ABCD yamuğunun alanı 40 cm² olduğuna göre ABD üçgeninin alanının kaç cm² olduğunu bulunuz.**

**16.** 


Yandaki şekilde $d_1 \parallel d_2$, $[NL]$ ve $[KM]$, KLMN dörtgeninin O noktasında kesişen köşegenleridir.

**$A(\widehat{KON}) = S_1$, $A(\widehat{LOM}) = S_2$, $A(\widehat{MON}) = S_3$, $A(\widehat{KOL}) = S_4$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**

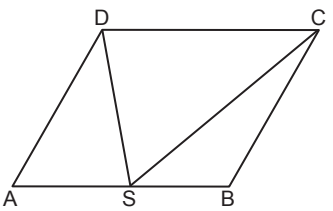
A) $S_1 + S_4 = S_2 + S_4$

B) $S_3 \cdot S_4 = S_1^2$

C) $S_1 + S_3 = S_2 + S_3$

D) $S_2 + S_4 = S_2 + S_3$

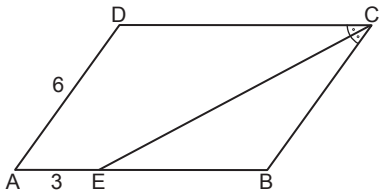
E) $S_3 \cdot S_4 = S_2^2$

**17.** 


Yandaki ABCD paralelkenarında $S \in [AB]$, $2 \cdot m(\widehat{ADS}) = m(\widehat{SDC})$ ve $2 \cdot m(\widehat{BCS}) = m(\widehat{SCD})$ dür.

**Buna göre $m(\widehat{DSC})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

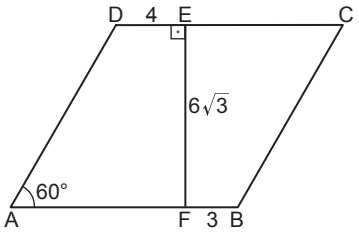
**18.**




Yandaki ABCD paralelkenarında $E \in [AB]$, $m(\widehat{BCE}) = m(\widehat{ECD})$, $|AE| = 3$ birim ve $|AD| = 6$ birimdir.

**Buna göre $|CD|$ nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**19.**



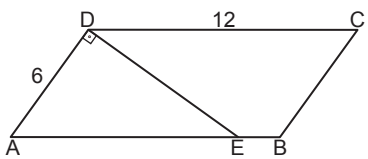

Yandaki ABCD paralelkenarında $F \in [AB]$, $E \in [CD]$, $[EF]$ yükseklik, $m(\widehat{BAD}) = 60^\circ$ ve $|EF| = 6\sqrt{3}$ birimdir.

**Buna göre**

**a) $|BC|$ nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**b) Paralelkenarın alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

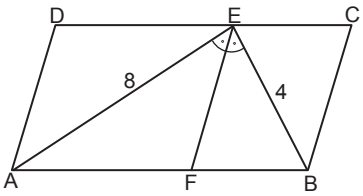
**20.**




Yandaki ABCD paralelkenarında $E \in [AB]$, $m(\widehat{ADE}) = 90^\circ$, $|AD| = 6$ cm, $|CD| = 12$ cm ve $A(\widehat{ADE}) = 24$ cm$^2$ dir.

**Buna göre ABCD paralelkenarının alanının kaç cm² olduğunu bulunuz.**

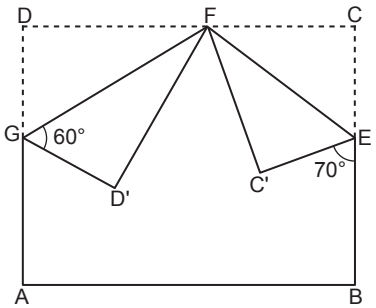
**21.**




Yandaki ABCD paralelkenarında $F \in [AB]$, $E \in [CD]$, $|AE| = 8$ cm, $|EB| = 4$ cm ve $m(\widehat{AEF}) = m(\widehat{FEB})$ dir.

**Buna göre $\dfrac{A(ABCD)}{A(\widehat{AEF})}$ değerini bulunuz.**

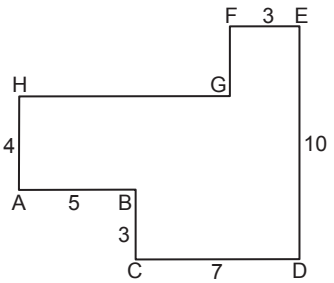
**22.**




Yandaki ABCD dikdörtgeninin CD kenarı F noktasından FD' ve FC' doğru parçaları oluşturacak biçimde katlanıyor.

**$m(\widehat{FGD'}) = 60^\circ$ ve $m(\widehat{BEC'}) = 70^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{C'FD'})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

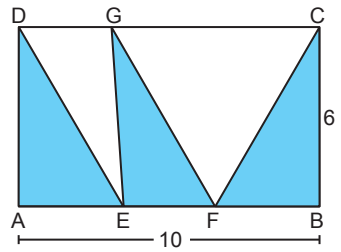
**23.**




Yanda verilen şekilde $|AH| = 4$ cm, $|AB| = 5$ cm, $|BC| = 3$ cm, $|CD| = 7$ cm, $|ED| = 10$ cm ve $|FE| = 3$ cm'dir.

**Şeklin ardışık tüm kenarları birbirine dik olduğuna göre kapalı bölgenin alanının kaç cm² olduğunu bulunuz.**

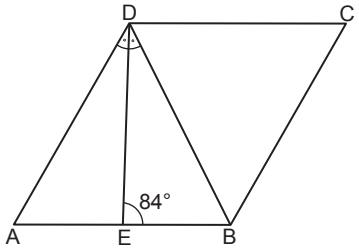
**24.**




Yandaki ABCD dikdörtgeninde $|AB| = 10$ cm ve $|BC| = 6$ cm'dir. Boyalı üçgenlerin birer kenarı $[AB]$, birer köşeleri $[DC]$ üzerindedir.

**Buna göre boyalı alanlar toplamının kaç cm² olduğunu bulunuz.**

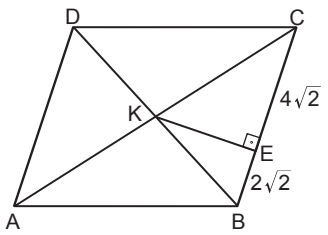
**25.**




Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde $E \in [AB]$, $m(\widehat{DEB}) = 84^\circ$ ve $3 \cdot m(\widehat{ADE}) = 3 \cdot m(\widehat{EDB}) = m(\widehat{BCD})$ dir.

**Buna göre $m(\widehat{DAB})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**26.**



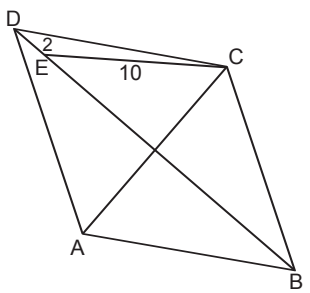

Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninin AC ve BD köşegenlerinin kesiştikleri nokta K dir. $E \in [BC]$, $[KE] \perp [BC]$, $|BE| = 2\sqrt{2}$ birim ve $|EC| = 4\sqrt{2}$ birimdir.

**Buna göre**

**a) Eşkenar dörtgenin köşegen uzunluklarının kaç birim olduğunu bulunuz.**

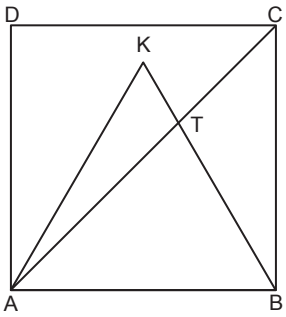
**b) ABCD eşkenar dörtgeninin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

**27.**




Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde $E \in [BD]$, $|DE| = 2$ cm, $|BE| = 18$ cm ve $|CE| = 10$ cm'dir.

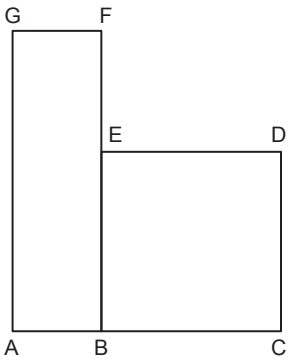
**Buna göre ABCD eşkenar dörtgeninin alanının kaç $cm^2$ olduğunu bulunuz.**

**28.** 

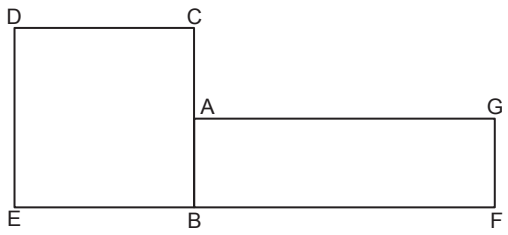

Yandaki şekilde ABCD kare ve KAB eşkenar üçgendir.

**$[AC] \cap [KB] = \{T\}$ olduğuna göre $m(\widehat{ATK})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**29.** Aşağıda verilen Şekil 1'de ABFG dikdörtgen, BCDE kare, $E \in [BF]$, $|GF| = 3$ cm, $|EF| = 4$ cm ve $|CD| = 6$ cm'dir.

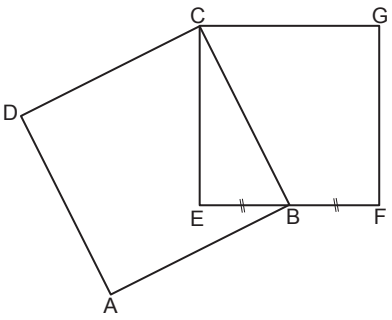



*Şekil 1*




*Şekil 2*

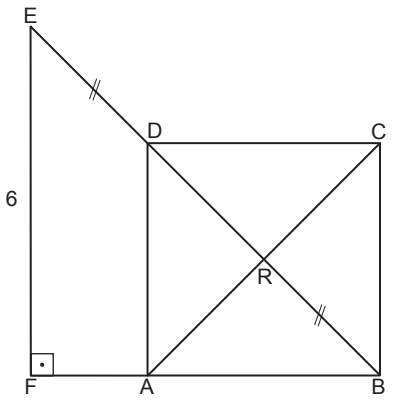
**Dikdörtgen ve karenin Şekil 2'deki konumlanışında $A \in [BC]$ olmak üzere oluşan şeklin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**30.** 


Yandaki şekilde ABCD ve EFGC birer karedir.

**E, B, F noktaları doğrusal ve $|EB| = |BF|$ olduğuna göre $\frac{A(EFGC)}{A(ABCD)}$ değerini bulunuz.**

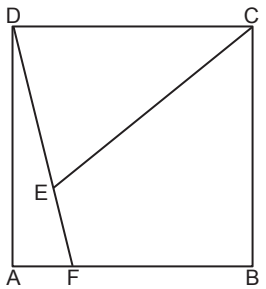
**31.**




Yandaki ABCD karesinde R, karenin köşegenlerinin kesim noktası; B, D, E ve F, A, B noktaları doğrusaldır.

**$[EF] \perp [FB]$, $|EF| = 6$ cm ve $|BR| = |ED|$ olduğuna göre $A(ABCD)$nın kaç cm² olduğunu bulunuz.**

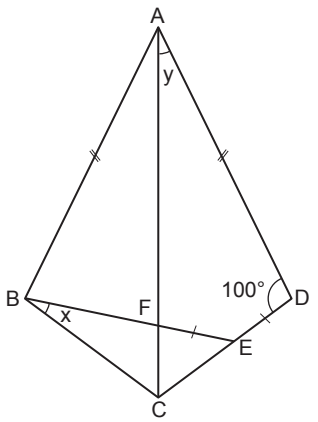
**32.**




Yandaki ABCD karesinde D, E, F noktaları doğrusal; $F \in [AB]$, $3|AF| = |FB|$ ve $2|EF| = |DE|$ dir.

**Buna göre $\dfrac{A(FBCE)}{A(ABCD)}$ değerini bulunuz.**

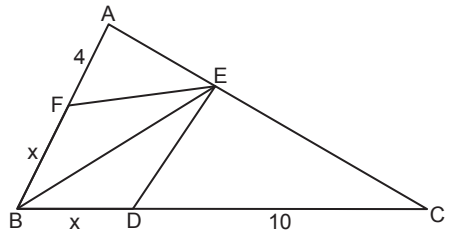
**33.**




Yandaki şekilde ABCD ve AFED birer deltoid, $|AD| = |AB|$, $|FE| = |ED|$, $F \in [AC] \cap [BE]$, $E \in [CD]$, $m(\widehat{ADC}) = 100°$, $m(\widehat{CBE}) = x$ ve $m(\widehat{CAD}) = y$ dir.

**Buna göre x ve y nin kaç derece olduğunu bulunuz.**

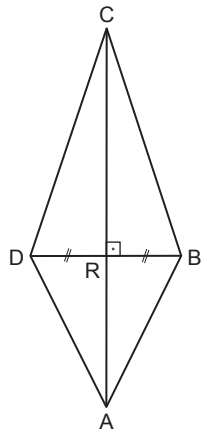
**34.**




Yandaki şekilde ABC üçgen, BDEF deltoid, $D \in [BC]$, $E \in [AC]$, $F \in [AB]$, $2|AE| = |EC|$, $|AF| = 4$ cm, $|DC| = 10$ cm'dir.

**Buna göre $|BF| = |BD| = x$ in kaç cm olduğunu bulunuz.**

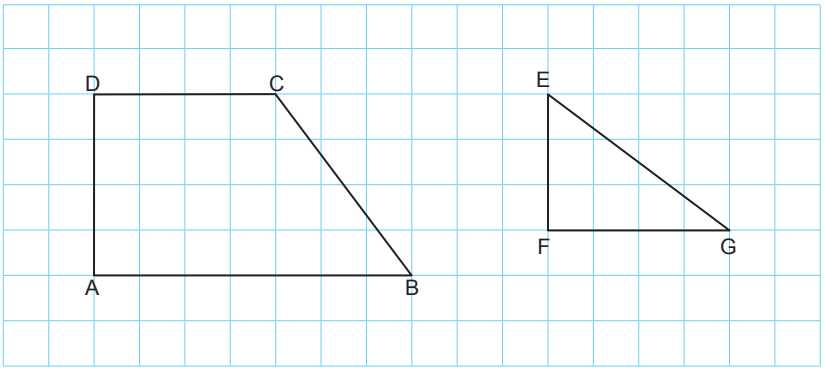
**35.**




Yandaki ABCD deltoidinde köşegenlerin kesiştiği nokta R, $[AC] \perp [BD]$ ve $|DR| = |RB|$ dur.

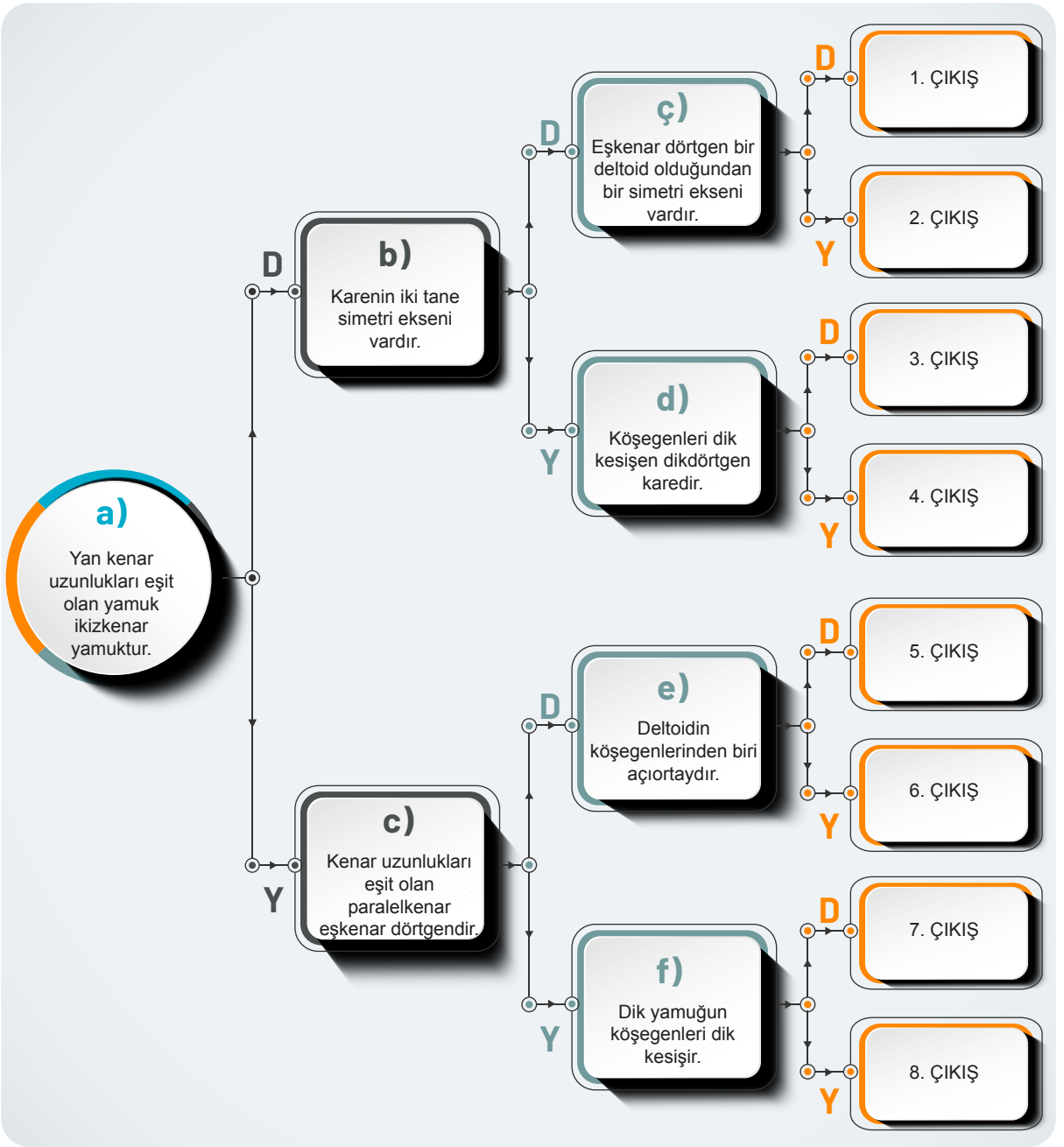
**$6|RD| = 3|RA| = 2|RC|$ ve $A(ABCD) = 80$ birimkare olduğuna göre $|BC|$ nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**36.** Dörtgen şeklindeki bir kâğıt kesilerek iki parçaya ayrılmıştır. Aşağıda bu parçaların birimkarelere ayrılmış zemin üzerindeki görüntüsü verilmiştir.




**Buna göre bu kâğıt parçalarının hangi dörtgene ait olabileceğini bulunuz.**

**37.** Aşağıda birbiriyle bağlantılı doğru/yanlış tipinde ifadeler içeren tanılayıcı dallanmış ağaç verilmiştir. a ifadesinden başlayarak her doğru ya da yanlış cevabınıza göre çıkışlardan sadece birini işaretleyiniz.

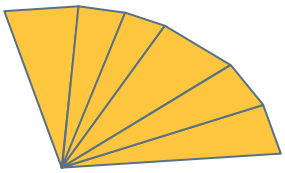



*Ek Alıştırma Soruları*

*Etkileşimli İçerik I*

*Etkileşimli İçerik II*

# 2.2. ÇOKGENLERİN KENAR, AÇI VE KÖŞEGEN ÖZELLİKLERİ



Farklı üçgenler birleştirilerek oluşturulan bir yelpaze açıldığında yandaki görüntü oluşmakta ve üçgenlerin birer kenarları çakışmaktadır.

**Buna göre aşağıdaki soruları sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.**

1. **Yelpazenin açık hâli hangi geometrik şekli oluşturmaktadır?**

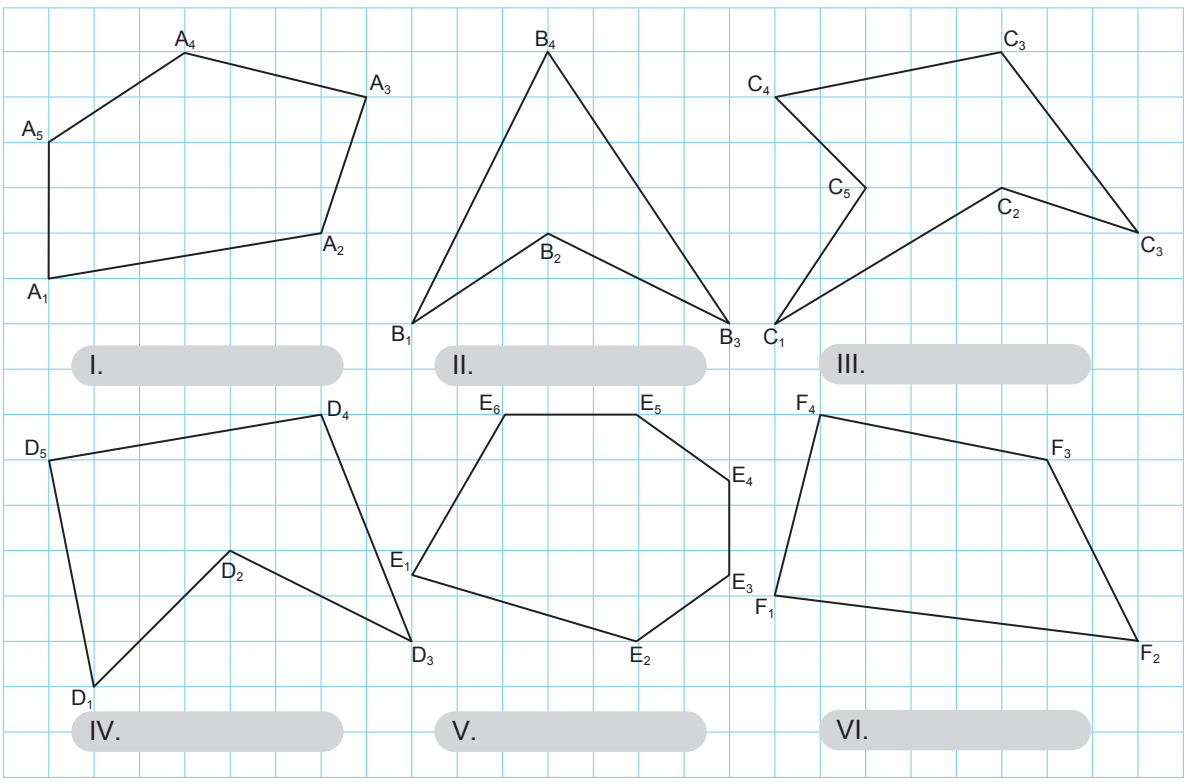
2. **Oluşan geometrik şeklin iç açılarının ölçüleri ile üçgenlerin iç açılarının ölçüleri arasında nasıl bir ilişki vardır?**

3. **Oluşan geometrik şeklin iç açılarının ölçüleri toplamı için ne söylenebilir?**

4. **Yelpazenin açık hâli olan geometrik şeklin kenar sayısı ile şekli oluşturan üçgen sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır?**

## 6. UYGULAMA Çokgenlerin Sınıflandırılması

Aşağıdaki birimkareli zemin üzerinde bazı çokgenler verilmiştir. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.



**1.** Birimkareli zemin üzerinde numaralarla belirtilen boşluklara her bir çokgenin adını ve kenar sayısını yazınız.

**2.** Hangi çokgenlerin eşit sayıda kenarı olduğunu yazınız.

**3.** Çokgenlerin iç açılarının ölçülerini inceleyiniz. En az bir iç açısının ölçüsü $180^\circ$ den büyük ve diğer tüm iç açılarının ölçüleri $180^\circ$ den küçük olan çokgenlerin hangileri olduğunu yazınız.

**4.** Her bir çokgenin iç bölgesinden iki nokta işaretleyerek bu noktaları bir doğru parçasıyla birleştiriniz. Elde ettiğiniz doğru parçasının çokgenin iç bölgesinde kalıp kalmadığını açıklayınız.

**5.** Çokgenlerin iç bölgesinden alınan tüm nokta çiftleri ve bu noktalar birleştirilerek elde edilen doğru parçalarını göz önüne aldığınızda hangi çokgenlerde doğru parçalarının tamamı çokgenin iç bölgesinde kalır? Açıklayınız.

**6.** Her bir çokgenin köşegenlerini çiziniz. Hangi çokgenlerde tüm köşegenler çokgenin iç bölgesinde kalmaktadır? Yazınız.

**7.** 3, 4, 5 ve 6. maddelerde verdiğiniz cevaplardan yararlanarak eşit kenar sayısına sahip çokgenler arasındaki farkları yazınız.

## Zihinde Kalanlar

**Çokgenler**

- tüm iç açılarının ölçüsünün 180° den küçük veya en az bir iç açısının ölçüsünün 180° den büyük olmasına,
- iç bölgelerinden alınan herhangi iki noktayı birleştiren doğru parçasına ait tüm noktaların çokgenin iç bölgesinde kalması veya kalmamasına,
- tüm köşegenlerinin çokgenin iç bölgesinde kalması veya en az bir köşegeninin bazı noktalarının çokgenin dış bölgesinde kalmasına göre sınıflandırılır.

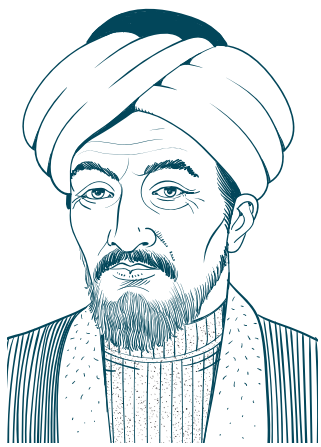
**Çokgen**

| Dışbükey Çokgen | İçbükey Çokgen |
|---|---|
| • Tüm iç açılarının ölçüleri 180° den küçüktür. | • En az bir açısının ölçüsü 180° den büyüktür. |
| • İç bölgesinden alınan herhangi iki noktayı birleştiren doğru parçası, çokgenin iç bölgesindedir. | • İç bölgesinden alınan en az bir nokta çiftini birleştiren doğru parçasının bazı noktaları, çokgenin dış bölgesindedir. |
| • Tüm köşegenler çokgenin iç bölgesindedir. | • En az bir köşegenin bazı noktaları, çokgenin dış bölgesindedir. |

## Okuma Parçası

Fârâbî'nin Dışbükey Dörtgen ve Çokgenleri Parçalara Ayırarak İncelemesi

İslam'ın altın çağında yaşamış ünlü filozof ve bilim insanı Ebû Nasr el-Fârâbî (872-950), Türkistan'ın ileri gelen Türk ailelerinden birinin ferdidir. Düşünsel yaşamının zenginliği, Fârâbî'nin birçok konuda eser kaleme almasını sağlamıştır. Bu eserlerden biri de matematiğin önemli bir dalı olan geometri hakkındaki *Geometrik Şekillerin İnceliklerindeki Tabii Sırlar ve Gizli Teknikler* isimli özgün eseridir. Geometrik şekillerin çizim esaslarının belirlendiği bu kitap on bölümden oluşmaktadır. Kitapta üçgenlere dörtgenlerin eklendiği, dörtgen ve çokgenlerin parçalara ayrıldığı ve oluşan parçaların kenar ve açı kavramları açısından detaylı bir şekilde açıklandığı görülmektedir. Ayrıca geometrik şekillerin çizimleri için geometrik kurallar verilerek tutarlı çizim yöntemlerinin sunulduğu bu kitap, sözel bir anlatıma ve dönemin ötesinde bir anlayışa sahiptir.



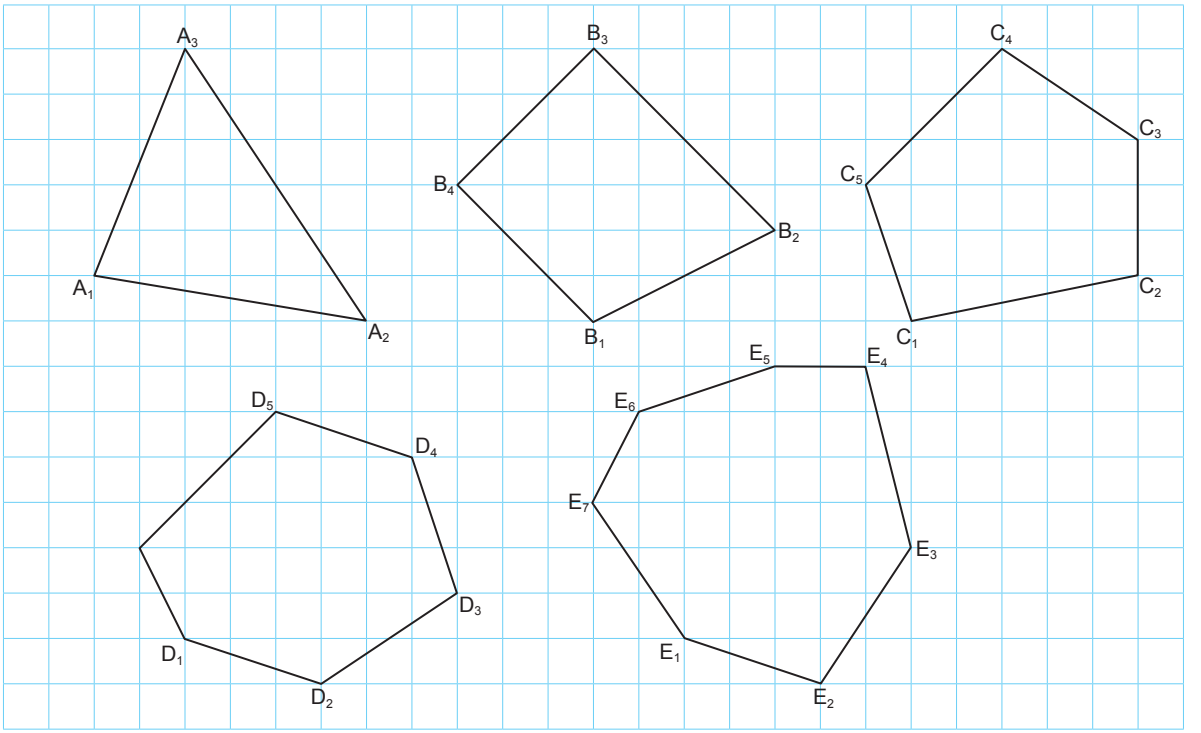
*Fârâbî (Temsilî)*

Fârâbî, geometrik şekillerin iki yöntemle oluşturulabileceğini düşünmüştür. Bu yöntemlerden biri çözümleme yöntemi olup geometrik şekillerin analiz edilerek düzlem, doğru ve nokta hakkında bilgiye ulaşılacağını ifade etmektedir. Diğeriyse sentezleme yöntemidir; sırasıyla nokta, doğru, düzlemle geometrik şekle ulaşma yoludur. Fârâbî'nin dışbükey dörtgen ve çokgenleri parçalayarak inceleme yöntemi, günümüz dünyasında pek çok eğitim müfredatında yer almaktadır. Fârâbî; çözümleme yöntemiyle dörtgen ve çokgenleri üçgenlere bölerek açı, uzunluk ve alan hesaplamalarını kolaylaştırmakla kalmamış; bunları aynı zamanda geometrik teoremlerin ispatı için de kullanmıştır. Fârâbî'nin geometriye bıraktığı miras; günümüzde karmaşık şekilleri basit üçgenlere ayırma yöntemi olan "parçalı analiz", modern geometri ve bilgisayar grafiklerinde temel bir yöntem olan "triangülasyon", sanat ve mimaride estetik dengenin sağlanmasına katkı sağlamış ve geometrik modellerin geliştirilmesine öncülük etmiştir.

*2.2. bölümü boyunca sadece dışbükey çokgenlere ait özellikler incelenecektir.*

## 7. UYGULAMA Çokgenlerin Kenar, Açı ve Köşegen Özellikleri

Aşağıda birimkareli zemin üzerinde bazı çokgenler verilmiştir. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.




**1.** n pozitif bir tamsayı olmak üzere kenar sayısı n olan bir dışbükey çokgeninin herhangi bir köşesinden kaç köşegen çizilebileceğine ve çizilen bu köşegenlerle çokgenin kaç üçgene ayrılabileceğine ilişkin varsayımlarınızı kenar sayısına bağlı olarak yazınız.

**2.** Birimkareli zemin üzerinde verilen çokgenlerin herhangi bir köşesinden geçen tüm köşegenleri çiziniz. Her bir çokgen için kaç farklı köşegen çizdiğinizi ve çizdiğiniz köşegenlerle her bir çokgenin kaç üçgene ayrıldığını aşağıdaki tabloda örnekteki gibi yazınız.

| Çokgen Türü | Çokgenin Bir Köşesinden Çizilebilecek Köşegen Sayısı | Çokgenin Bir Köşesinden Çizilebilecek Köşegen Sayısıyla Çokgenin Kenar Sayısı Arasındaki İlişki | Çokgenin Bir Köşesinden Çizilen Köşegenlerle Oluşan Üçgen Sayısı | Çokgenin Bir Köşesinden Çizilen Köşegen Sayısıyla Oluşan Üçgen Sayısı Arasındaki İlişki |
|---|---|---|---|---|
| **Üçgen** | 0 | $3 - 3 = 0$ | 1 | $3 - 2 = 1$ |
| **Dörtgen** | | | | |
| **Beşgen** | | | | |
| **Altıgen** | | | | |
| **Yedigen** | | | | |

**3.** Yaptığınız çizim ve incelemelerle oluşturduğunuz tablodan yararlanarak bir çokgenin herhangi bir köşesinden kaç köşegen çizilebileceğine ve bu köşegenlerle çokgenin kaç üçgene ayrılabileceğine ilişkin genellemelerinizi yazınız. Elde ettiğiniz genellemeleri sınıf arkadaşlarınızın genellemeleriyle karşılaştırarak tartışınız.

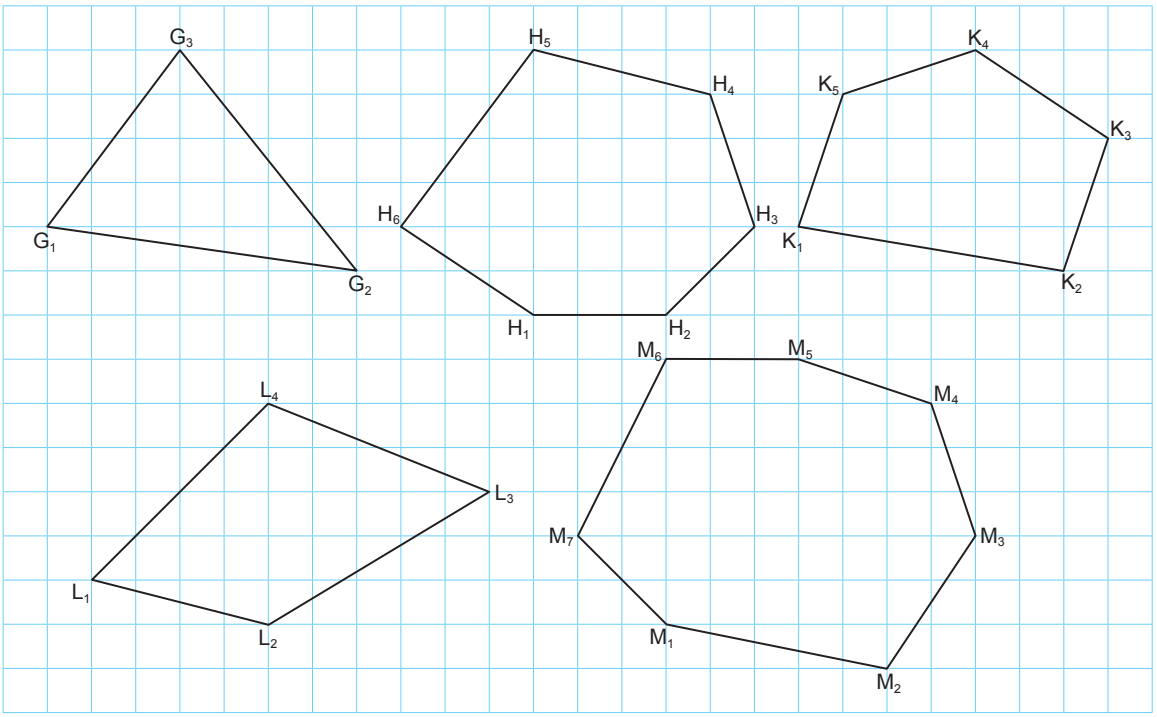
**4.** Öğretmeninizin rehberliğinde bilgisayar veya etkileşimli tahtada matematik yazılımı kullanarak farklı kenar sayısına sahip çokgenler çiziniz. Oluşturduğunuz çokgenlerin herhangi bir köşesinden geçen köşegenleri çiziniz. Varsayımlarınızla genellemelerinizi karşılaştırmak adına her bir çokgen için çizdiğiniz köşegenlerin sayısını ve bu köşegenlerin çokgeni kaç üçgene ayırdığını belirleyiniz. Yaptığınız incelemelerden hareketle genellemelerinizin her birini bir önerme olarak yazınız.

**5.**

**a)** Bir çokgenin herhangi bir köşesinden geçen tüm köşegenler çizildiğinde oluşan üçgenler kullanılarak bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı nasıl hesaplanabilir?

**b)** Bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı kullanılarak dış açılarının ölçüleri toplamı nasıl hesaplanabilir?

**6.** Aşağıdaki birimkareli zemin üzerinde çokgenler verilmiştir.




Çokgenlerin iç ve dış açılarının ölçüleri toplamına ilişkin varsayımlarınızı aşağıdaki tabloda ilgili boşluğa örnekteki gibi yazınız.

| Çokgen Türü | İç Açıların Ölçüleri Toplamı | Dış Açıların Ölçüleri Toplamı |
|---|---|---|
| **Üçgen** | 180° | 360° |
| **Dörtgen** | | |
| **Beşgen** | | |
| **Altıgen** | | |
| **Yedigen** | | |

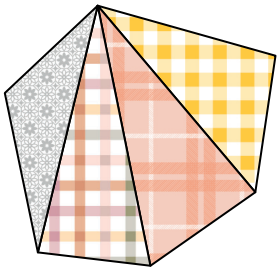
**7.** n pozitif bir tamsayı olmak üzere kenar sayısı n olan bir dışbükey çokgenin iç ve dış açılarının ölçüleri toplamına ilişkin varsayımlarınızı 6. adımdaki tabloda bulunan verilerden yola çıkarak yazınız.

**8.** Birimkareli zemin üzerinde verilen çokgenlerin herhangi bir köşesinden geçen tüm köşegenleri çiziniz. Bu köşegenlerle oluşan üçgenlerin iç açılarıyla çokgenlerin iç açıları arasında bir ilişki olup olmadığını inceleyiniz. Çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamının çokgenin herhangi bir köşesine ait bir iç ve bir dış açının bütünler olmasından yola çıkarak nasıl hesaplanabileceğini açıklayınız.Yaptığınız incelemeler, açıklama ve 6. maddede bulunan tablodan faydalanarak bir çokgenin iç ve dış açılarının ölçüleri toplamına ilişkin genellemelerinizi çokgeninin kenar sayısına bağlı olarak yazınız. Elde ettiğiniz genellemeleri sınıf arkadaşlarınızın genellemeleriyle karşılaştırarak tartışınız.

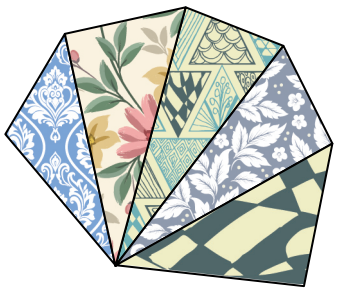
**9.** Öğretmeninizin rehberliğinde bilgisayar veya etkileşimli tahtada matematik yazılımı kullanarak farklı kenar sayısına sahip çokgenler çiziniz. Oluşturduğunuz çokgenlerin herhangi bir köşesinden geçen köşegenleri çiziniz. Köşegenlerin çizilmesiyle oluşan üçgenlerin açı ölçülerini "Açı" aracını kullanarak hesaplayınız. Yaptığınız çizimleri kullanarak varsayımlarınızla genellemelerinizi karşılaştırınız. Genellemelerinizi kullanarak çokgenlerin iç ve dış açılarının ölçüleri toplamına ilişkin önermelerinizi yazınız.

**10.** Öğretmeninizin rehberliğinde beşerli gruplara ayrılarak aşağıda verilen problemi çözünüz. Çözümünüzü sınıf arkadaşlarınızla paylaşıp diğer grupların çözümleriyle karşılaştırarak önermelerinizi kullanışlılık açısından değerlendiriniz.

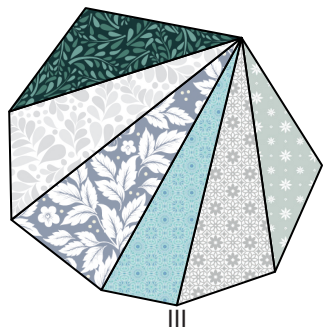
**Problem:** Esra Hanım, aşağıda verilen görsellerdeki farklı desenlere sahip üçgen cam parçalarını kullanarak çokgen şeklinde duvar süsleri oluşturmuştur. Esra Hanım'ın elinde uygun şekil ve desenlerde yeterli sayıda üçgen parça bulunmaktadır.



I



II



III

Buna göre

**a)** Esra Hanım'ın oluşturduğu duvar süslerinin hangi çokgen olduğunu yazınız.

**b)** Esra Hanım, uygun üçgen parçalarını kullanarak ongen şeklinde bir duvar süsü oluşturmak isterse kaç üçgen parçaya ihtiyaç olacağını yazınız.

**c)** Esra Hanım birbiriyle uyumlu, üçgen şeklindeki 9 cam parçayla benzer şekilde farklı bir duvar süsü oluşturuyor. Elde edilen çokgenin iç ve dış açılarının ölçüleri toplamını bulunuz.

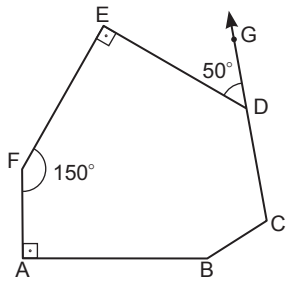
**Zihinde Kalanlar**

n pozitif bir tamsayı olmak üzere kenar sayısı n olan bir dışbükey çokgenin

- herhangi bir köşesinden çizilebilecek köşegen sayısı $n-3$,
- herhangi bir köşesinden çizilen tüm köşegenlerle çokgenin içinde oluşabilecek üçgen sayısı $n-2$,
- iç açılarının ölçüleri toplamı $(n-2)\cdot 180^\circ$,
- dış açılarının ölçüleri toplamı $360^\circ$ dir.

Bir dışbükey çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı, kenar sayısından bağımsızdır.

**41. ÖRNEK**




Yandaki ABCDEF altıgeninde G, D, C noktaları doğrusal; $[FA]\perp[AB]$, $[FE]\perp[ED]$, $m(\widehat{EDG})=50^\circ$, $2\cdot m(\widehat{ABC})=3\cdot m(\widehat{BCD})$ dir.

**Buna göre $m(\widehat{ABC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**ÇÖZÜM**

Bir altıgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(n-2)\cdot 180^\circ=(6-2)\cdot 180^\circ=720^\circ$ dir.

$2\cdot m(\widehat{ABC})=3\cdot m(\widehat{BCD})$ verildiğinden $k\in\mathbb{R}^+$ olmak üzere $m(\widehat{ABC})=3k$ ve $m(\widehat{BCD})=2k$ olur. $m(\widehat{EDG})=50^\circ$ olduğundan $m(\widehat{CDE})=130^\circ$ dir. Altıgenin iç açıları ölçüleri toplamından $90^\circ+3k+2k+130^\circ+90^\circ+150^\circ=720^\circ\Rightarrow 5k+460^\circ=720^\circ\Rightarrow 5k=260^\circ\Rightarrow k=52^\circ$ dir.

Bu durumda $m(\widehat{ABC})=3k=3\cdot 52^\circ=156^\circ$ bulunur.

## 42. ÖRNEK

Bir dışbükey çokgenin üç iç açısının ölçüsü 157°, 155° ve 148° ve diğer dış açılarının ölçüsü 20° dir.

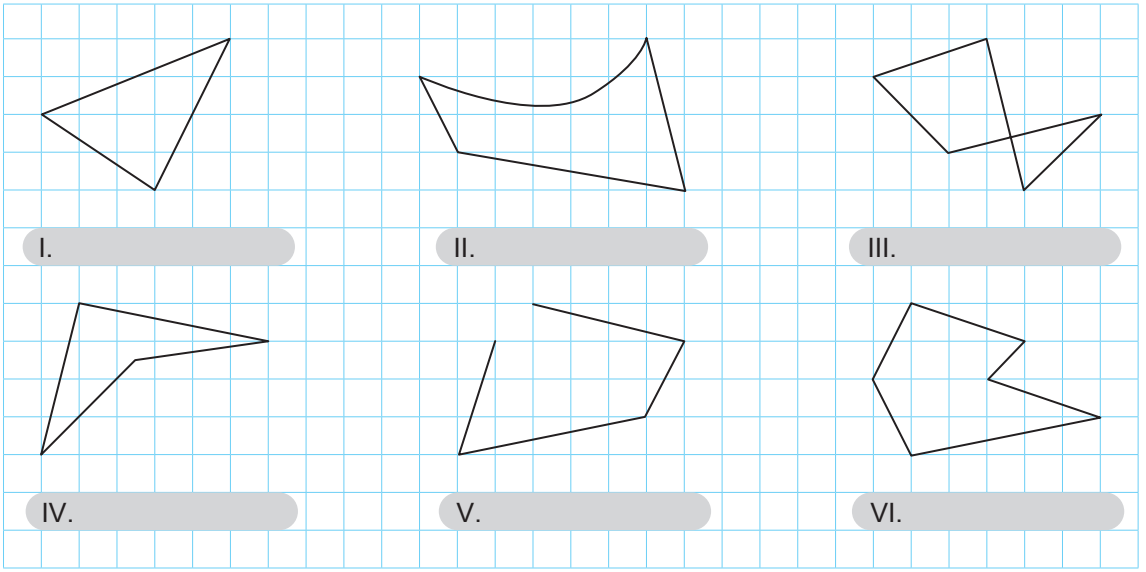
**Buna göre çokgenin kenar sayısını bulunuz.**

### ÇÖZÜM

Verilen çokgenin kenar sayısı n olmak üzere üç dış açısının ölçüsü 23°, 25°, 32° ve geriye kalan $(n-3)$ tanesi de 20° dir. Herhangi bir çokgenin dış açı ölçüleri toplamı 360° olduğundan $23^\circ+25^\circ+32^\circ+(n-3)\cdot 20^\circ = 360^\circ \Rightarrow 80^\circ+(n-3)\cdot 20^\circ = 360^\circ \Rightarrow (n-3)\cdot 20^\circ = 280^\circ \Rightarrow n-3 = 14$ $\Rightarrow n = 17$ bulunur.

## 19. Sıra Sizde

**1. Aşağıda verilen şekillerin altındaki boşluklara şekil çokgense "çokgen", değilse "çokgen değil" yazınız.**

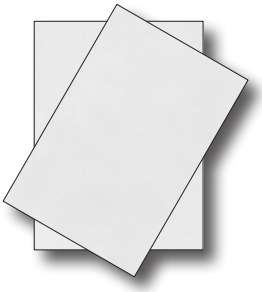



**2. Kenar sayısı 18 olan çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamının dış açılarının ölçüleri toplamına oranını bulunuz.**

**3.**



*Şekil 1*



*Şekil 2*

Birbirine eş dikdörtgen şeklindeki iki kâğıt Şekil 1'deki gibi çakışık konumdayken üstteki kâğıt bir miktar döndürüldüğünde Şekil 2'deki görüntü oluşmuştur.

**Buna göre Şekil 2'deki kâğıtların çakıştığı bölgeyi sınırlayan şeklin iç açılarının ölçüleri toplamının kaç dik açının ölçüsüne eşit olduğunu bulunuz.**

**TANIM**

Tüm iç açılarının ölçüleri birbirine ve tüm kenar uzunlukları birbirine eşit olan çokgenlere **düzgün çokgen** denir.

**Okuma Parçası**

EBÛ SEHL KÛHÎ

Ebû Sehl Kûhî; 10. yüzyılda yaşamış, İslam dünyasının ünlü matematikçi ve astronomlarından biridir. Özellikle geometri, trigonometri ve mekanik alanlarında önemli katkılarda bulunmuştur.

Ebû Sehl Kûhî'nin düzgün çokgenler hakkındaki çalışmaları, "düzgün çokgenlerin inşası" ile ilgili teorik bir temele dayanıyordu. Özellikle düzgün çokgenlerin cetvel ve pergel kullanarak çizimi, Öklid geometrisinin sınırlarını zorlamıştır. Örneğin düzgün yedigenin cetvel ve pergelle çizimi, klasik Yunan geometrisinde çözülememiş bir problemdi. Düzgün yedigen çizimi için Kûhî, bazı mekanik araçlar veya yardımcı eğriler kullanmıştır.

Ebû Sehl Kûhî, çalışmalarında geometrik problemlerin çözümü ve düzgün onbeşgen gibi karmaşık çokgenlerin çizimine odaklanmıştır. Bu tür geometrik şekiller, hem astronomi hem de matematiksel hesaplamalar için önemliydi çünkü birçok astronomik gözlem ve hesaplama düzgün çokgenlerle ilişkilendirilmekteydi. Özellikle düzgün çokgenlerin çiziminde kullanılan "çift katmanlı çarpan" gibi yöntemler, kendisinden sonraki matematikçilerin çalışmaları hatta Avrupa Rönesans Dönemi'ndeki geometrik araştırmalar için bir temel oluşturmuştur.

**8. UYGULAMA** **Düzgün Çokgenlerin Bir İç ve Bir Dış Açısının Ölçüsü**

Düzgün çokgenlerin bir iç ve bir dış açısının ölçüsüyle ilgili aşağıdaki soruları cevaplayınız.

**1.** n pozitif bir tamsayı olmak üzere kenar sayısı n olan bir düzgün çokgenin iç ve dış açılarının ölçüleri toplamından faydalanarak bir iç ve bir dış açısının ölçüsünün nasıl hesaplanabileceğine ilişkin fikirlerinizi açıklayınız ve arkadaşlarınızla tartışınız.

**2.** Fikirlerinizden yola çıkarak n pozitif bir tamsayı olmak üzere kenar sayısı n olan bir düzgün çokgenin bir iç ve bir dış açısının ölçüsünü veren bağıntıları kenar sayısına bağlı olarak ifade ediniz.

**3.** Tabloda verilen düzgün çokgenlerin bir iç ve bir dış açısının ölçüsünü hesaplayarak aşağıdaki tabloya yazınız.

| Düzgün Çokgen Türü | Bir İç Açısının Ölçüsü | Bir Dış Açısının Ölçüsü |
|---|---|---|
| Üçgen | | |
| Dörtgen | | |
| Beşgen | | |
| Altıgen | | |
| Sekizgen | | |

**4.** Öğretmeninizin rehberliğinde beşerli gruplara ayrılarak aşağıda verilen problemi çözünüz. Çözümünüzü sınıf arkadaşlarınızla paylaşıp diğer grupların çözümleriyle karşılaştırarak düzgün çokgenin bir iç ve bir dış açısının ölçüsünü veren bağıntıların kullanışlılığını değerlendiriniz.

**Problem:** Mimar Ece Hanım, aşağıdaki görsellerde verilen düzgün çokgen şeklindeki seramikleri bir odanın tabanının yüzey kaplamasında kullanmak istemektedir. Ece Hanım, seramiklerin arasında boşluk kalmayacak ve kenarları çakışacak şekilde kaplama yapacaktır. (Kaplama yapabilmek için görsellerde verilen seramiklerin her birinden yeterli sayıda bulunduğu varsayılacaktır.)







Buna göre

**a)** Ece Hanım, kaplama yaparken yalnızca bir çeşit seramik (örneğin yalnızca beşgen şeklindeki seramik) kullanmak isterse verilen seramiklerden hangilerini seçerek kaplamayı yapabilir? Gerekçeleriyle açıklayınız.

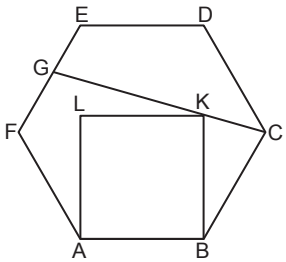
**b)** Ece Hanım kaplama yaparken farklı iki çeşit seramik kullanmak isterse görsellerde verilen seramiklerden hangilerini seçmelidir? Açıklayınız.

## Zihinde Kalanlar

n pozitif bir tamsayı olmak üzere kenar sayısı n olan bir düzgün çokgenin

- bir iç açısının ölçüsü $\frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$,
- bir dış açısının ölçüsü $\frac{360^\circ}{n}$ dir.

## 43. ÖRNEK



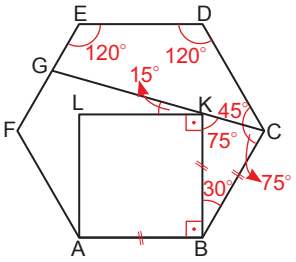

Yandaki şekilde birer kenarları ortak olan ABCDEF düzgün altıgeni ve ABKL karesi verilmiştir.

**G ∈ [EF] ve C, K, G noktaları doğrusal olduğuna göre**

**a) $m(\widehat{GKL})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b) $m(\widehat{FGC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

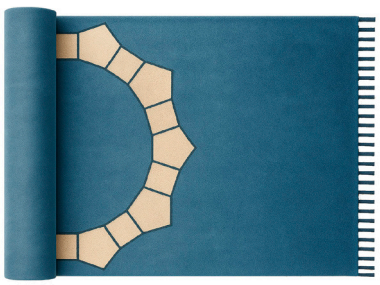
**ÇÖZÜM**




**a)** Yandaki ABCDEF düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsü $120^\circ$ ve ABLK karesinin bir iç açısının ölçüsü $90^\circ$ olduğundan $m(\widehat{KBC}) = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$ olur. $|AB| = |BC| = |BK|$ olduğundan BCK ikizkenar üçgendir ve $m(\widehat{CKB}) = 75^\circ$ olur. $m(\widehat{GKL}) = 180^\circ - (75^\circ + 90^\circ) = 15^\circ$ bulunur.

**b)** Yandaki CDEG dörtgeninde $m(\widehat{GCD}) = 120^\circ - 75^\circ = 45^\circ$ dir. CDEG dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamından $m(\widehat{CGE}) + 120^\circ + 120^\circ + 45^\circ = 360^\circ$ $\Rightarrow m(\widehat{CGE}) = 75^\circ$ dir. Buradan $m(\widehat{FGC}) = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ bulunur.

## 44. ÖRNEK



Yandaki şekilde bir kısmı katlanmış olan halının üstten görüntüsü verilmiştir. Halıdaki desen, birer kenarları ortak olan düzgün beşgen ve karelerin yan yana dizilmesiyle oluşturulmuştur.

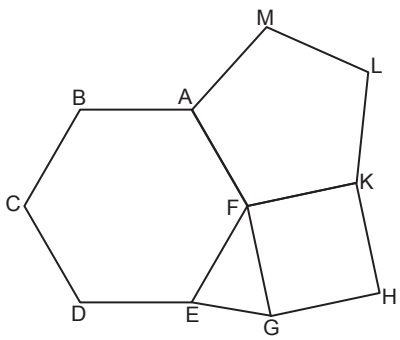
**Buna göre halıdaki desenin oluşturduğu düzgün çokgenin kenar sayısını bulunuz.**

**ÇÖZÜM**

Düzgün beşgenin bir iç açısının ölçüsü $108^\circ$, karenin bir iç açısının ölçüsü $90^\circ$ ve düzgün beşgen ile karelerin birer kenarı ortak olduğundan halıdaki desenin oluşturduğu düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü $360^\circ - (108^\circ + 90^\circ) = 360^\circ - 198^\circ = 162^\circ$ bulunur. Halıdaki desenin oluşturduğu düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü ise $180^\circ - 162^\circ = 18^\circ$ dir. Çokgenin kenar sayısı $\frac{360^\circ}{n} = 18^\circ \Rightarrow n = 20$ bulunur.

## 20. Sıra Sizde

**1.**




Yandaki şekil, birer kenarı ortak olan ABCDEF düzgün altıgeni ve AFKLM düzgün beşgeni ile birer kenarı ortak olan AFKLM düzgün beşgeni ve FGHK karesiyle oluşturulmuştur. E ve G köşeleri bir doğru parçasıyla birleştirilmiştir.

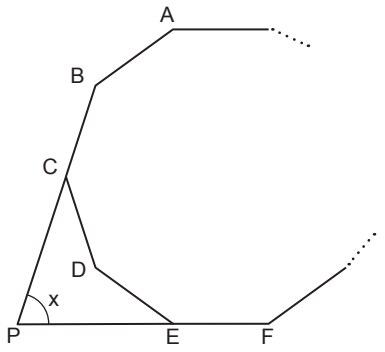
**Buna göre**

**a) $m(\widehat{EFG})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b) $m(\widehat{FGE})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**2. Bir iç açısının ölçüsü, bir dış açısının ölçüsünün 4 katı olan düzgün çokgenin kenar sayısını bulunuz.**

**3.**




Yandaki şekilde ABCDEF... düzgün ongen, $[BC \cap [FE = \{P\}$ ve $m(\widehat{CPE}) = x$ tir.

**Buna göre x in kaç derece olduğunu bulunuz.**

## Araştırma Ödevi

***Amaç:*** *Yapımında düzgün çokgenlerin kullanıldığı Türk-İslam mimarisine ait eserlere ilişkin araştırma yapabilme*

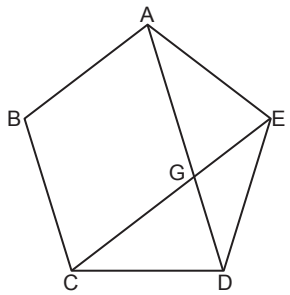
***Ders içi süre:*** *35 dk.*

***Ders dışı süre:*** *1 gün*

Aşağıda verilen adımları gerçekleştirerek araştırma ödevinizi zamanında ve eksiksiz tamamlayınız.

- Türk-İslam mimarisine ait olan ve yapımında düzgün çokgenlerin kullanıldığı eserlere ilişkin güvenilir kaynaklardan faydalanarak bir araştırma yapınız.
- Araştırmanız sonucunda belirlediğiniz eserlerden en az 3 tanesini seçiniz.
- Her bir eserin yapımında hangi çokgenlerin kullanıldığını belirleyiniz.
- Eserlerin yapımında kullanılan çokgenlerin eserin hangi bölümünde ve nasıl kullanıldığını açıklayınız.
- Eserlerin yapımında kullanılan çokgenlerin hangi gerekçelerle tercih edildiğini açıklayınız.
- Araştırmanızı belirlediğiniz uygun bir araç ya da ürün (afiş, dijital sunum araçları vb.) kullanarak arkadaşlarınıza sununuz.

## 45. ÖRNEK




Yandaki ABCDE düzgün beşgeninde $[CE] \cap [AD] = \{G\}$ dir.

**Buna göre aşağıda verilen ifadelerden hangilerinin doğru ya da yanlış olduğunu gerekçeleriyle açıklayınız.**

**a) AGE ikizkenar üçgendir.**

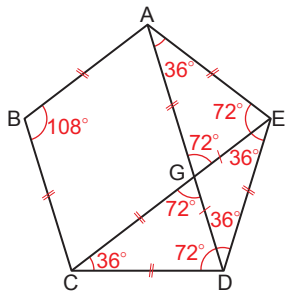
**b) ABCDE düzgün beşgeninin bütün köşegen uzunlukları birbirine eşittir.**

**c) $m(\widehat{AGC}) = 120^\circ$ dir.**

**ç) ABCG eşkenar dörtgendir.**

**d) EGD ve EDC benzer üçgenlerdir.**

### ÇÖZÜM




**a)** Yandaki ABCDE düzgün beşgeninde CDE ve AED üçgenleri birer ikizkenar üçgendir. Düzgün beşgenin bir iç açı ölçüsü $108^\circ$ olduğundan üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamından

$m(\widehat{ECD}) = m(\widehat{DEC}) = m(\widehat{EAD}) = m(\widehat{EDG}) = 36^\circ$ elde edilir.

$m(\widehat{AEG}) = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$ ve üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamından $m(\widehat{EGA}) = 72^\circ$ dir. Bu durumda AGE ikizkenar üçgen olur. Verilen ifade doğrudur.

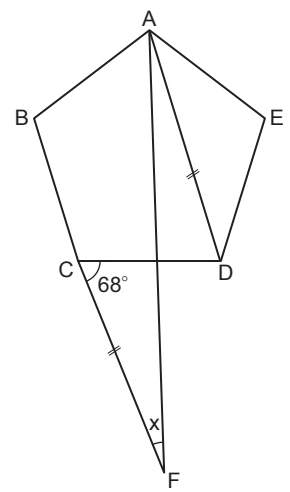
**b)** ADE ve CED üçgenleri eş üçgenler (K.A.K.) olduğundan $|AD| = |CE|$ elde edilir. Buradan düzgün beşgenin tüm köşegen uzunlukları birbirine eşit olduğu görülür. Verilen ifade doğrudur.

**c)** $m(\widehat{AGC}) = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$ dir. Verilen ifade yanlıştır.

**ç)** $|AB| = |BC| = |CG| = |AG|$ olduğundan ABCG eşkenar dörtgendir. Verilen ifade doğrudur.

**d)** EGD ve EDC üçgenlerinin iç açılarının ölçüleri $36^\circ$-$108^\circ$-$36^\circ$ olduğundan üçgenler Açı-Açı benzerlik koşuluna göre benzerdir. Verilen ifade doğrudur.

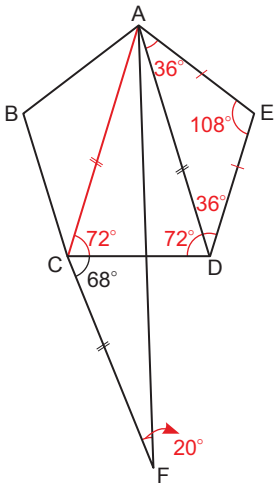
## 46. ÖRNEK




Yandaki şekilde ABCDE düzgün beşgen, [AD] köşegen, $|CF| = |AD|$, $m(\widehat{FCD}) = 68^\circ$ ve $m(\widehat{AFC}) = x$ tir.

**Buna göre x in kaç derece olduğunu bulunuz.**

## ÇÖZÜM

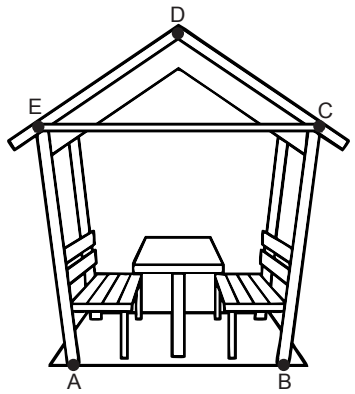



Yandaki ABCDE düzgün beşgeninde AED ikizkenar üçgendir. $m(\widehat{AED}) = 108^\circ$ olduğundan $m(\widehat{EAD}) = m(\widehat{EDA}) = 36^\circ$ olur. Bu durumda $m(\widehat{ADC}) = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$ bulunur. AC köşegeni çizildiğinde ABCDE düzgün beşgeninde $\widehat{ABC} \cong \widehat{AED}$ olduğundan $|AC| = |AD|$ dur.

Bu durumda $m(\widehat{ACD}) = 72^\circ$ elde edilir. ACF bir ikizkenar üçgen ve $m(\widehat{ACF}) = 72^\circ + 68^\circ = 140^\circ$ olduğundan $m(\widehat{AFC}) = m(\widehat{CAF}) = x = 20^\circ$ elde edilir.

## 21. Sıra Sizde

**1.**




Bir piknik alanında inşa edilmek istenen çardağın karşıdan görüntüsü, ABCDE düzgün beşgeni olarak yandaki gibi modellenmiştir.

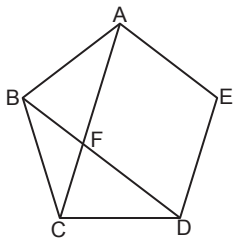
**Buna göre**

**a) AE veya BC çardak ayaklarının yer düzlemiyle yaptığı dar açının kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b) Çardağın düzgün beşgen şeklinde inşa edilebilmesi için $m(\widehat{ECD})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**c) Çardak, $|EC| = 2$ m olacak şekilde inşa edildiğinde çardağın tepe noktası olan D nin tabandaki A köşesine uzaklığının kaç m olduğunu bulunuz.**

**2.**



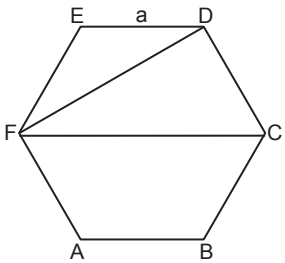

Yandaki ABCDE düzgün beşgeninde $[AC] \cap [BD] = \{F\}$ dir.

**Buna göre**

**a)** $m(\widehat{BFA})$ **nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b)** $|AF| = 4$ **birim olduğuna göre düzgün beşgenin çevre uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.**

## 47. ÖRNEK




Yandaki şekilde bir kenar uzunluğu a birim olan düzgün altıgen verilmiştir.

**$[DF]$ ve $[FC]$ birer köşegen olduğuna göre düzgün altıgenle ilgili aşağıda verilen ifadelerden hangilerinin doğru ya da yanlış olduğunu gerekçeleriyle açıklayınız.**

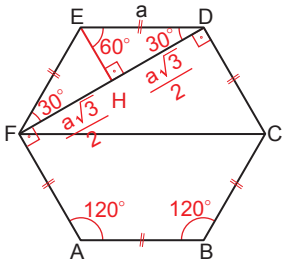
**a)** $m(\widehat{FDC}) = 100^\circ$ **dir.**

**b) Altıgenin kısa köşegeninin uzunluğu** $a\sqrt{3}$ **birimdir.**

**c) Altıgenin uzun köşegeninin uzunluğu 2a birimdir.**

**ç) Altıgenin karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.**

### ÇÖZÜM



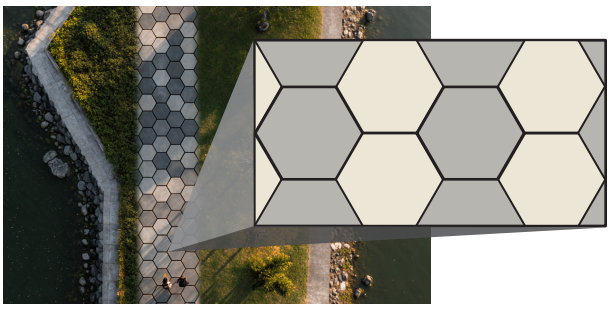

**a)** Düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsü $\frac{(6-2)\cdot 180^\circ}{6} = \frac{4\cdot 180^\circ}{6} = 120^\circ$ dir. Yandaki ABCDEF düzgün altıgeninde $m(\widehat{FED}) = 120^\circ$ ve FED ikizkenar üçgen olduğundan $m(\widehat{EDF}) = 30^\circ$ olur. Bu durumda $m(\widehat{FDC}) = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$ bulunur. Verilen ifade yanlıştır.

**b)** E noktasından FD köşegenine indirilen dikme $[EH]$ olmak üzere FED ikizkenar üçgen olduğundan EHD ve EHF birer 30°-60°-90° üçgeni olur. $|ED| = a$ birim olduğundan $|FH| = |HD| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ birim bulunur. Bu durumda $|FD| = a\sqrt{3}$ birim olur. Bir başka deyişle düzgün altıgenin kısa köşegeninin uzunluğu düzgün altıgenin bir kenarının uzunluğunun $\sqrt{3}$ katıdır. Verilen ifade doğrudur.

**c)** FDC dik üçgeninde Pisagor teoreminden $|FC|^2 = (a\sqrt{3})^2 + a^2 \Rightarrow |FC|^2 = 4a^2 \Rightarrow |FC| = 2a$ birim bulunur. Bir başka deyişle düzgün altıgenin uzun köşegeninin uzunluğu bir kenarının uzunluğunun 2 katıdır. Verilen ifade doğrudur.

**ç)** $m(\widehat{DFA}) = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$ dir. $m(\widehat{DFA}) + m(\widehat{FDC}) = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ olduğundan $\widehat{DFA}$ ve $\widehat{FDC}$ karşıt durumlu açılardır. O hâlde $[AF] \,//\, [DC]$ dır. Buradan düzgün altıgenlerin karşılıklı kenarlarının birbirine paralel olduğu görülür. Verilen ifade doğrudur.

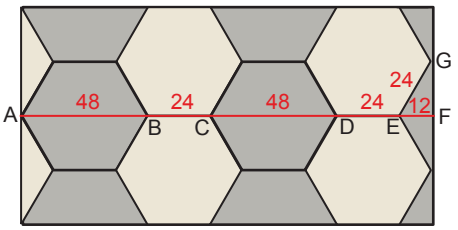
## 48. ÖRNEK



Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan bir yürüyüş yolu, bir kenar uzunluğu 24 cm olan düzgün altıgen şeklindeki kaldırım taşlarıyla altıgenler aralarında boşluk kalmayacak şekilde yandaki gibi döşenmiştir. Yolun sağ ve sol tarafındaki altıgenlerin birer köşeleri paralel doğrular üzerindedir.

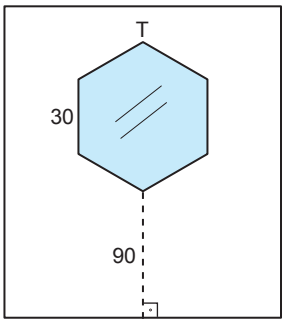
**Buna göre yürüyüş yolunun genişliğinin kaç cm olduğunu bulunuz.**

### ÇÖZÜM

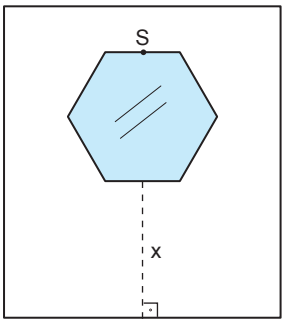



Yürüyüş yolunun yandaki şekilde verilen kesitinde A ve F üzerinde bulundukları kenarların orta noktaları olmak üzere $[AF]$ çizildiğinde düzgün altıgenin bir kenar uzunluğu 24 cm olduğundan $|BC| = |DE| = 24$ cm olur. Düzgün altıgenin uzun köşegeninin uzunluğu bir kenar uzunluğunun iki katı olduğundan $|AB| = |CD| = 48$ cm'dir. Düzgün altıgenin bir dış açısının ölçüsü $m(\widehat{GEF}) = 60^\circ$ olduğundan EGF $30^\circ$-$60^\circ$-$90^\circ$ üçgeni olur. Buradan $|EF| = 12$ cm olur. Yürüyüş yolunun genişliği $|AF| = 48+24+48+24+12 \Rightarrow |AF| = 156$ cm bulunur.

## 49. ÖRNEK




*Şekil 1*



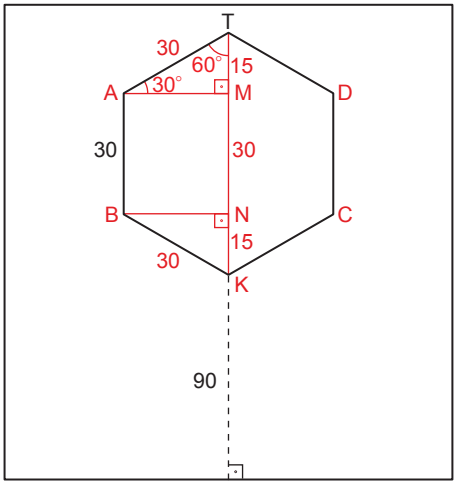

*Şekil 2*

Bir kenar uzunluğu 30 cm olan düzgün altıgen şeklindeki bir aynanın duvara asılı iki farklı konumu Şekil 1 ve 2'de verilmiştir.

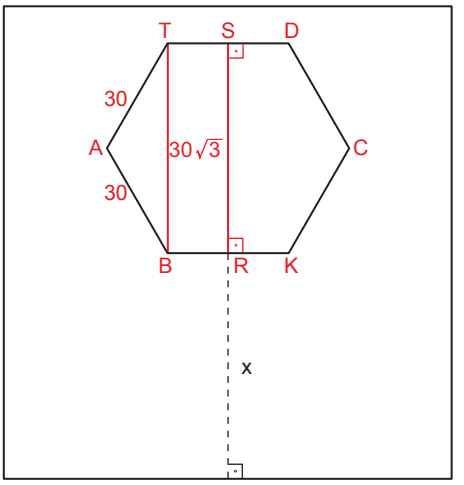
Şekil 1'de T noktasından asılı hâlde dengede duran aynanın yerden yüksekliği 90 cm'dir.

**Ayna Şekil 2'deki gibi T noktasıyla aynı yükseklikteki S noktasından bir kenarı yer düzlemine paralel olacak şekilde asıldığında aynanın yerden yüksekliği olan x in kaç cm olduğunu bulunuz.** $(\sqrt{3} \cong 1{,}7$ **alınız.)**

### ÇÖZÜM




*Şekil 1*




*Şekil 2*

Şekil 1'de TK köşegeni, $[MA]$ ve $[NB]$ çizildiğinde TMA 30°-60°-90° üçgeni olur. $|AT| = 30$ cm olduğundan $|MT| = 15$ cm bulunur. $|MN| = |AB| = 30$ cm ve TMA ile KNB eş üçgenler (A.A.) olduğundan $|NK| = |MT| = 15$ cm'dir. Bu durumda $|TK| = |TM| + |MN| + |NK| \Rightarrow |TK| = 15 + 30 + 15 = 60$ cm bulunur.
T noktasının yerden yüksekliği $60 + 90 = 150$ cm bulunur.

Şekil 2'de T ile aynı yükseklikteki S nin R ye uzaklığını bulabilmek için TB köşegeni çizildiğinde düzgün altıgenin kısa köşegen uzunluğu bir kenar uzunluğunun $\sqrt{3}$ katı olduğundan $|SR| = |TB| = 30\sqrt{3}$ cm $\Rightarrow$ $|SR| = |TB| \cong 30 \cdot 1{,}7 = 51$ cm olur. $51 + x = 150 \Rightarrow x = 99$ cm bulunur.

## 22. Sıra Sizde

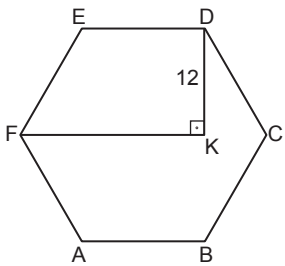
**1.**



Yanda dekoratif bir duvar rafı görseli verilmiştir. Raf, birbirine eş üç düzgün altıgenin birer kenarları çakışacak şekilde birleştirilmesiyle yapılmıştır.

**Rafın genişliği 50 cm olduğuna göre yüksekliğinin kaç cm olduğunu bulunuz.**

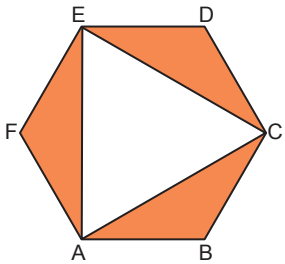
**2.**




Yandaki ABCDEF düzgün altıgeninde $[FK] \parallel [ED]$, $[DK] \perp [KF]$ ve $|DK| = 12$ birimdir.

**Buna göre $|FK|$nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**3.**




Yandaki ABCDEF düzgün altıgeninin bir kenar uzunluğu 6 birimdir.

**Buna göre**

**a) AEC üçgeninin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

**b) Boyalı alanlar toplamının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

**Performans Görevi**



***Amaç:*** *Çokgenler ve dörtgenlere ilişkin problem durumları oluşturarak çözebilme*

***Ders içi süre:*** *35 dk.*

***Ders dışı süre:*** *2 gün*

Bu görevde sizden çokgen ve dörtgenlere ilişkin bilgi ve çıkarımların kullanılabileceği problem durumları oluşturmanız veya belirlemeniz, bu problemleri uygun matematiksel temsillere dönüştürerek ifade etmeniz, uygun stratejiler kullanarak çözmeniz ve ödevinizi sınıfta uygun araçlar kullanarak sunmanız beklenmektedir. Çalışmanız öğretmeniniz tarafından aşağıdaki karekodda bulunan Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı'yla değerlendirilecektir.

**Göreve başlamadan önce aşağıdaki hususa dikkat ediniz.**

► Çalışma planı oluşturunuz.

**Görev esnasında aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.**

► Çokgenlere ilişkin bilgi ve çıkarımların kullanılabileceği en az iki, dörtgenlere ilişkin bilgi ve çıkarımların kullanılabileceği en az dört problem durumu belirleyiniz veya oluşturunuz.

► Oluşturduğunuz veya belirlediğiniz problemleri uygun matematiksel temsillere dönüştürerek (geometrik şekillerle ifade etme, cebirsel temsil vb.) ifade ediniz.

► Problemlerin her birini uygun bir strateji belirleyerek çözünüz.

► Çalışmanız ve sunumunuzda Türkçeyi doğru ve etkili biçimde kullanınız.

► Görevinizi zamanında ve eksiksiz tamamlayınız.

**Görev bitiminde aşağıdaki hususa dikkat ediniz.**

► Oluşturduğunuz çalışmayı arkadaşlarınızla paylaşınız.

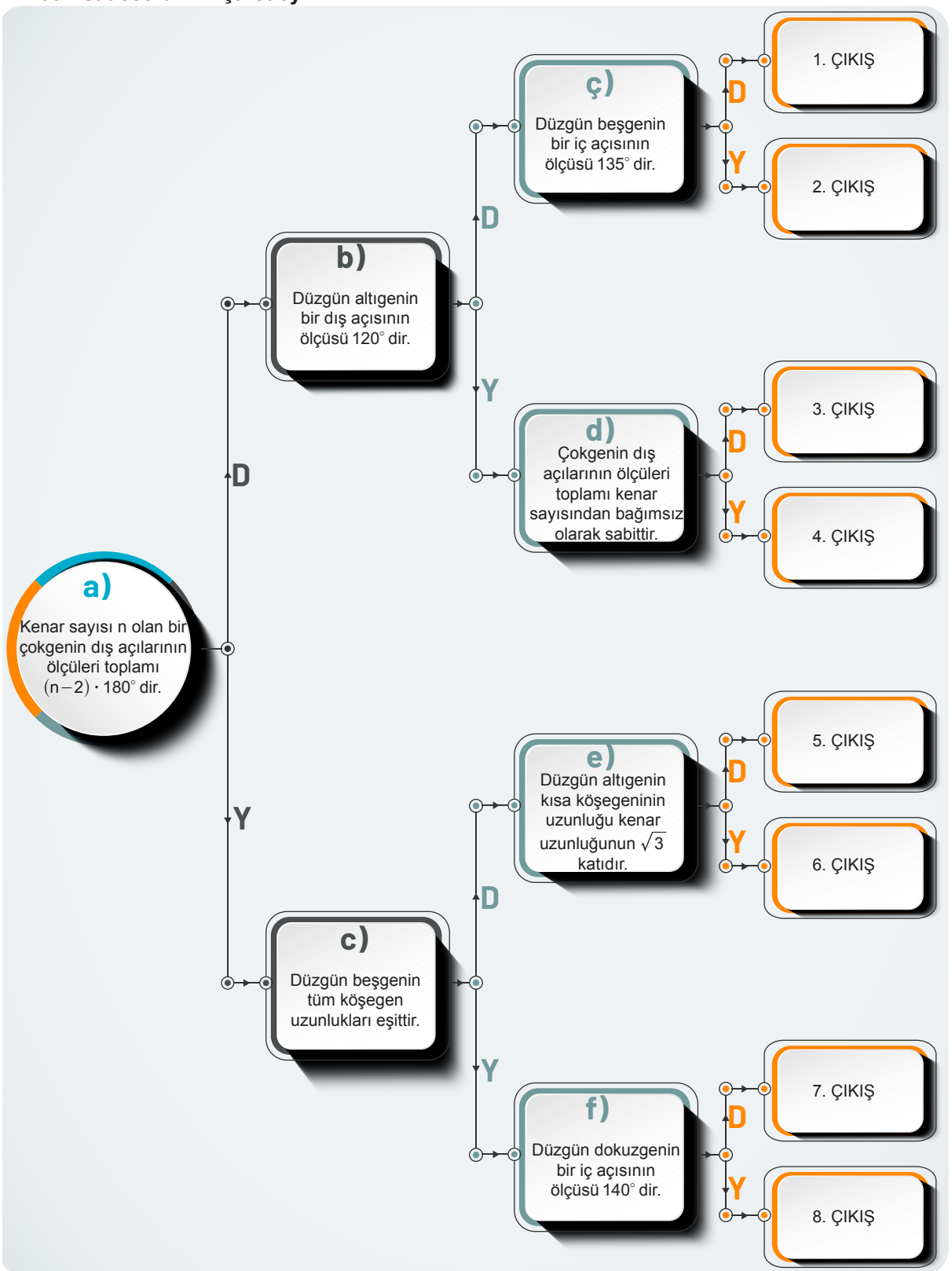
***Değerlendirme:*** *Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı'na yandaki karekod aracılığıyla ulaşınız.*

*Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı*

# Çalışma Kâğıdı

Aşağıdaki çokgenlerle ilgili soruları cevaplayınız.

**1. Aşağıda birbiriyle bağlantılı doğru/yanlış ifadeler içeren tanılayıcı dallanmış ağaçta bazı ifadeler verilmiştir. a ifadesinden başlayarak her doğru ya da yanlış cevabınıza göre çıkışlardan sadece birini işaretleyiniz.**



**2. Aşağıdaki soruların cevaplarını verilen boşluklara yazınız.**

**a) En az bir iç açısının ölçüsü $180^\circ$ den büyük olan çokgeni yazınız.**

.....

**b) Kenar sayısı 20 olan bir çokgenin bir köşesinden çizilebilecek köşegen sayısını hesaplayınız.**

.....

**c) Kenar sayısı x olan bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamını yazınız.**

.....

**ç) Kenar sayısı 7 olan bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını hesaplayınız.**

.....

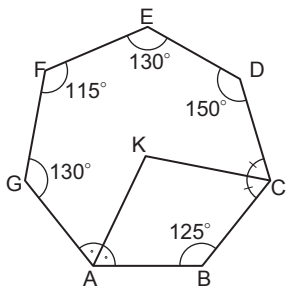
**d) Tüm iç açılarının ölçüleri ve kenar uzunlukları eşit olan çokgeni yazınız.**

.....

**3. Çokgenlerle ilgili aşağıdaki tabloda verilen ifadeler doğruysa "D", yanlışsa "Y" yazınız.**

| İfadeler | D/Y |
|---|---|
| **a)** Kenar sayısı x olan bir çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenler, çokgeni $x-3$ üçgene ayırır. | |
| **b)** Kenar sayısı p olan bir çokgenin tüm iç ve dış açılarının ölçüleri toplamı $180 \cdot p$ dir. | |
| **c)** Bütün çokgenlerin köşegenleri, çokgenin iç bölgesinde bulunur. | |
| **ç)** İçbükey çokgenlerin, ölçüsü $180^\circ$ den büyük bir iç açısı vardır. | |
| **d)** Bir iç açısının ölçüsü $156^\circ$ olan düzgün çokgen 24 kenarlıdır. | |

**4.**




Yandaki ABCDEFG yedigeninde $[AK]$ ve $[CK]$ iç açıortaydır. $m(\widehat{ABC}) = 125^\circ$, $m(\widehat{CDE}) = 150^\circ$, $m(\widehat{DEF}) = 130^\circ$, $m(\widehat{EFG}) = 115^\circ$ ve $m(\widehat{FGA}) = 130^\circ$ dir.

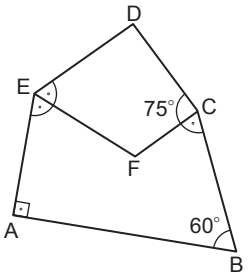
**$m(\widehat{AKC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**5.** Bir arama kurtarma gemisi, bir görevi yerine getirmek üzere A noktasından yola çıkıyor. Gemi, doğrusal bir rotada ilerleyerek B noktasına ulaşıyor. B noktasında yönünü saat yönünde $20^\circ$ lik bir açıyla değiştirip tekrar doğrusal şekilde ilerliyor. Bu şekilde her seferinde saat yönünde $20^\circ$ lik açıyla yön değiştiriyor. Sonunda başladığı A noktasına geri dönüyor.

**Buna göre gemi bu şekilde hareket ettiğinde taradığı bölgenin geometrik şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

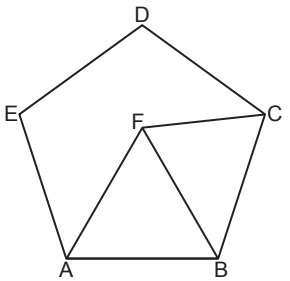
A) daire
B) elips
C) 18 kenarlı düzgün çokgen
D) 9 kenarlı düzgün çokgen
E) 20 kenarlı düzgün çokgen

## Alıştırmalar II

**1.** 

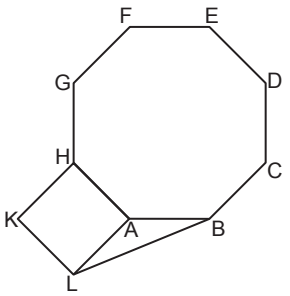

Yandaki şekilde ABCDE beşgen, EFCD dörtgen, [ED] // [FC], [EA] ⊥ [AB], $m(\widehat{AEF}) = m(\widehat{FED}) = m(\widehat{FCB})$, $m(\widehat{ABC}) = 60°$ ve $m(\widehat{FCD}) = 75°$ dir.

**Buna göre $m(\widehat{EFC})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**2.** 


Yandaki şekilde ABCDE düzgün beşgen ve FAB eşkenar üçgendir.

**Buna göre $m(\widehat{FCD})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**3.** 

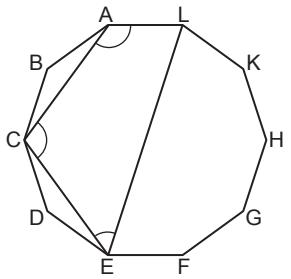

Yandaki şekilde ABCDEFGH düzgün sekizgen ve KLAH karedir.

**Buna göre $m(\widehat{ABL})$nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**4.** Bir düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsünün bir iç açısının ölçüsüne oranı $\frac{2}{7}$'dir.

**Buna göre düzgün çokgenin kenar sayısını bulunuz.**

**5.**




Yandaki ABCDEFGHKL düzgün ongeninde $[AC]$, $[CE]$ ve $[LE]$ köşegendir.

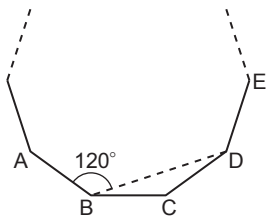
**Buna göre**

**a) $m(\widehat{CAL})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b) $m(\widehat{ACE})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**c) $m(\widehat{CEL})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

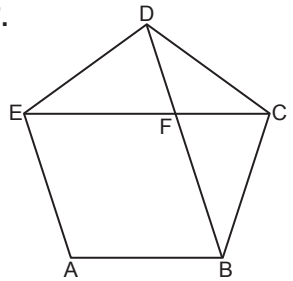
**6.**




Yandaki ABCDE... düzgün çokgeninde $m(\widehat{ABD}) = 120^\circ$ dir.

**Buna göre düzgün çokgenin kenar sayısını bulunuz.**

**7.**




Yandaki ABCDE düzgün beşgeninde $[EC] \cap [BD] = \{F\}$ ve $|DC| + |FB| = 8$ birimdir.

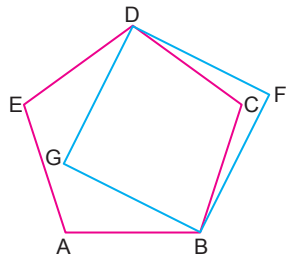
**Buna göre**

**a) $m(\widehat{DFE})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b) ABFE dörtgeninin çevre uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**c) $\dfrac{|DF| + |DC|}{|EC|}$ işleminin sonucunu bulunuz.**

**8.**



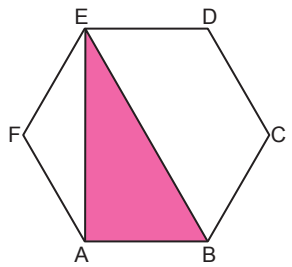

Yandaki şekilde ABCDE düzgün beşgen ve GBFD karedir.

**Buna göre**

**a) $m(\widehat{EDG})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**b) Karenin çevre uzunluğu 12 cm olduğuna göre $|EC|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

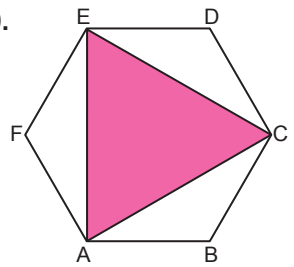
**9.**




Yandaki ABCDEF düzgün altıgeninde $|AF| = 6$ birimdir.

**Buna göre ABE üçgeninin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

**10.**




Yandaki ABCDEF düzgün altıgeninde $|EF| = 8$ birimdir.

**Buna göre düzgün altıgenin kısa köşegenleriyle oluşan ACE üçgeninin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

*Ek Alıştırma Soruları*

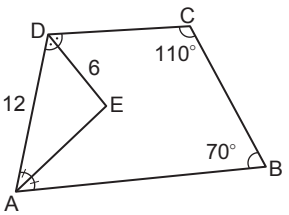
*Etkileşimli İçerik I*

*Etkileşimli İçerik II*

## 2. Tema Ölçme ve Değerlendirme

*Bu bölümde cevaplamanız için farklı soru tiplerinde 60 adet soru bulunmaktadır.*
*Ölçme ve değerlendirme bölümünün sonundaki ek sorulara karekod aracılığıyla ulaşabilirsiniz.*

***1-3. soruları aşağıdaki şekil ve açıklamaya göre cevaplayınız.***



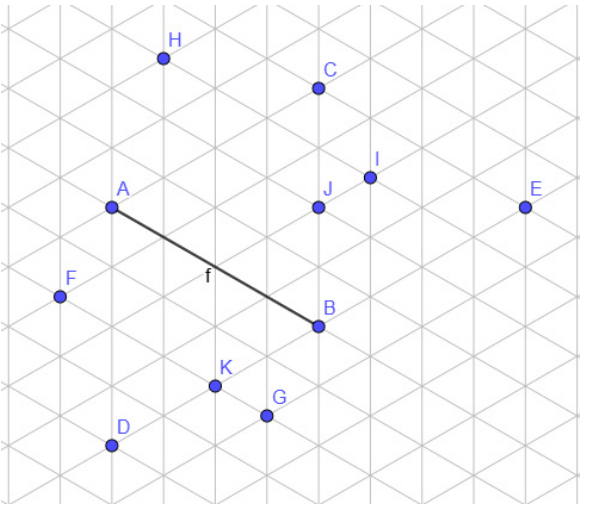

Yandaki ABCD dörtgeninde $[AE]$ ve $[DE]$ iç açıortay, $m(\widehat{ABC}) = 70°$, $m(\widehat{BCD}) = 110°$, $|AD| = 12$ birim ve $|DE| = 6$ birimdir.

**1. AED açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**2. $|AE|$nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**3. CDE açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.**

***4-9. soruları aşağıdaki şekil ve açıklamaya göre cevaplayınız.***




Yanda verilen izometrik kâğıt üzerinde $[AB]$ ve C, D, E, F, G, H, I, J, K noktaları işaretlenmiştir.

**4. Bir kenarı $[AB]$ olan paralelkenarları yazınız.**

**5.** **Bir kenarı $[AB]$ olan eşkenar dörtgeni yazınız.**

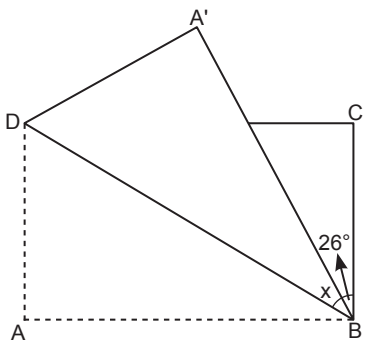
**6.** **Bir kenarı $[AB]$ olan dikdörtgeni yazınız.**

**7.** **Bir kenarı $[AB]$ ve kenar uzunlukları birbirinden farklı olan yamukları yazınız.**

**8.** **Bir köşegeni $[AB]$ olan eşkenar dörtgeni yazınız.**

**9.** **Bir köşegeni $[AB]$ olan deltoidi yazınız.**

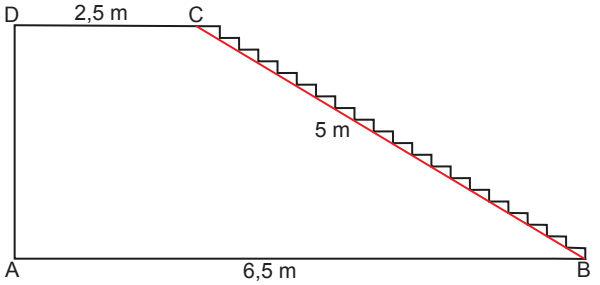
**10.**




Yandaki ABCD dikdörtgeni BD köşegeni üzerinden katlandığında A noktası A' noktasına gelmektedir.

**$m(\widehat{A'BC}) = 26^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{DBA'}) = x$ in kaç derece olduğunu bulunuz.**

***11-13. soruları aşağıdaki şekil ve açıklamaya göre cevaplayınız.***



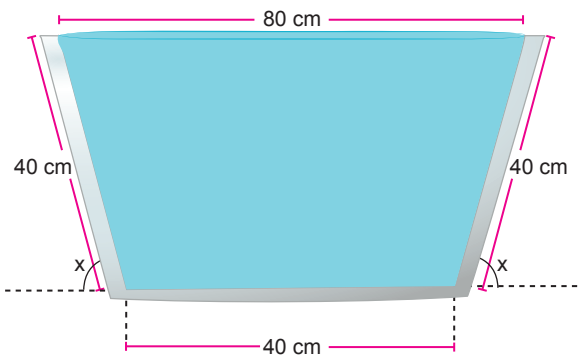

Mühendis Kasım Bey'in projesini yaptığı binaya ait merdivenin yandan görünümü ABCD dik yamuğu olarak yandaki şekilde modellenmiştir. $[AB] \parallel [DC]$, $[AD] \perp [DC]$, $|CD| = 2,5$ m, $|AB| = 6,5$ m ve $|BC| = 5$ m'dir.

**11. Merdivenin yüksekliğinin kaç m olduğunu bulunuz.**

**12. Merdivenin eşit yükseklikte 20 basamağı olduğuna göre bir basamağın yüksekliğinin kaç cm olacağını bulunuz.**

**13. Merdivenin basamakları eşit genişlikte olacağına göre bir basamağının genişliğinin kaç cm olacağını bulunuz.**

***14-15. soruları aşağıdaki şekil ve açıklamaya göre cevaplayınız.***



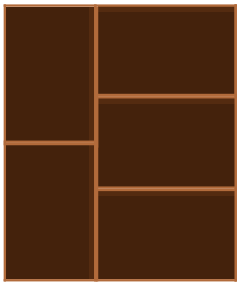

Karşıdan görünümü ikizkenar yamuk şeklindeki bir kovanın kenar uzunlukları yandaki şekilde verilmiştir. Kovanın yer düzlemiyle yaptığı açının ölçüsü x tir.

**14. Kovanın yüksekliği kaç cm'dir?**

A) $15\sqrt{3}$ B) $20\sqrt{3}$ C) $21\sqrt{3}$ D) $24\sqrt{3}$ E) $25\sqrt{3}$

**15. Kovanın yer düzlemiyle yaptığı x açısının ölçüsü kaç derecedir?**

A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 80

**16.** 

Yanda birbirine eş beş dikdörtgen raftan oluşan dikdörtgen şeklinde bir gardırobun içinin karşıdan görüntüsü verilmiştir. Gardırobun ön yüzünün alanı 120 birimkaredir.

**Buna göre gardırobun çevre uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz. (Raf kalınlıkları ihmal edilecektir.)**

***17-20. soruları aşağıdaki açıklamaya göre cevaplayınız.***

Ümit'in eşkenar dörtgen şeklinde bir tarlası vardır. Tarlanın çevre uzunluğu 500 m, en uzak iki köşe arasındaki mesafe ise 200 m'dir.

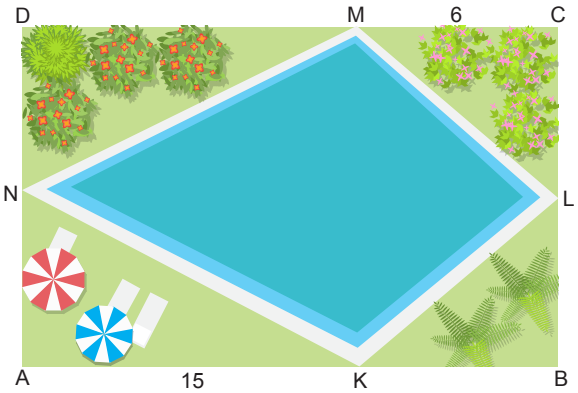
**17. Tarlayı modelleyen bir çizim yapınız ve tarlanın <u>en yakın</u> iki köşesi arasındaki uzaklığın kaç m olduğunu bulunuz.**

**18. Tarlanın alanının kaç $m^2$ olduğunu bulunuz.**

**19. Tarlanın içinde herhangi bir noktada bulunan kuyunun tarlanın tüm kenarlarına uzaklıkları toplamının kaç m olduğunu bulunuz.**

**20. Kuyu, tarlanın köşegenlerinin kesim noktasında olsaydı bu noktanın tarlanın bir kenarına uzaklığının kaç m olacağını bulunuz.**

***21-25. soruları aşağıdaki görsel ve açıklamaya göre cevaplayınız.***




Çiğdem Hanım'ın bahçesi yandaki ABCD dikdörtgeni şeklinde modellenmiştir. Çiğdem Hanım, bahçesine köşeleri bu bahçenin kenarları üzerinde olan KLMN deltoidi biçiminde bir havuz yaptırmak istemektedir.

Deltoidin kısa köşegeninin uzunluğu 16 m, $|ML| = |KL|$, $|MC| = 6$ m ve $|AK| = 15$ m'dir.

**21. KLMN deltoidi şeklindeki havuzun uzun köşegeninin uzunluğunun kaç m olduğunu bulunuz.**

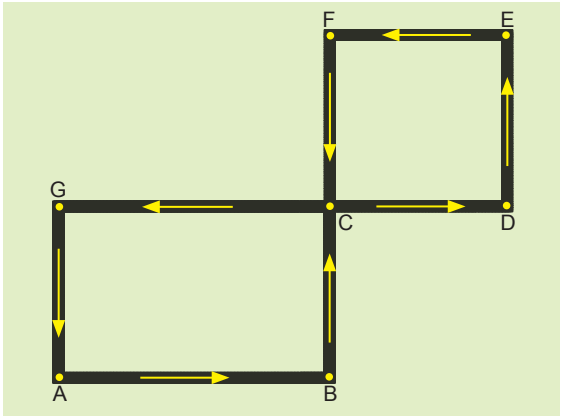
**22. KLMN deltoidi şeklindeki havuzun çevre uzunluğunun kaç m olduğunu bulunuz.**

**23. Havuz için ayrılan alanın kaç $m^2$ olduğunu bulunuz.**

**24. Çiğdem Hanım, köşeleri bahçesinin kenarları üzerinde olan eşkenar dörtgen şeklinde bir havuz yaptırmak isteseydi havuz için ayrılan alanın kaç $m^2$ olacağını bulunuz.**

**25. KLMN deltoidi veya eşkenar dörtgen şeklinde tasarlanabilecek havuzların alanları arasında bir ilişki olup olmadığını açıklayınız.**

***26-28. soruları aşağıdaki şekil ve açıklamaya göre cevaplayınız.***




Yandaki şekilde modellenmiş olan bir yürüyüş yolu, birer köşesi ortak olan dikdörtgen ve kareden oluşmaktadır. Yürüyüş yolunun çevre uzunluğu 1400 m ve G, C, D noktaları doğrusaldır.

A noktasından yürüyüşe başlayan Havva, ok yönünde sabit hızla yol alırken ara ara saatindeki adımsayara bakmaktadır. Adımsayar; Havva B noktasına geldiğinde 500, C noktasına geldiğinde 800, F noktasına geldiğindeyse 1700 adımı göstermektedir. Havva'nın aldığı yol, adım sayısıyla doğru orantılıdır.

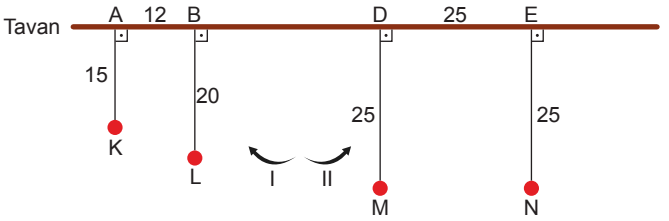
**26. Havva'nın bir tam turu tamamladığında kaç adım atttığını bulunuz.**

**27. Yolun kare şeklindeki kısmının çevre uzunluğunun kaç m olduğunu bulunuz.**

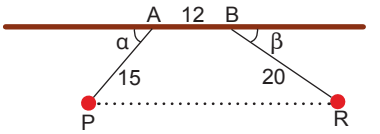
**28. A ve E noktaları arasındaki <u>en kısa</u> uzaklığın kaç m olduğunu bulunuz.**

***29-34. soruları aşağıdaki açıklama ve şekillere göre cevaplayınız.***

Aşağıda verilen Şekil 1'de bir odanın tavanında A, B, D, E noktalarına sabitlenmiş iplere bağlı K, L, M, N noktasal sarkaçları modellenmiştir. Şekil 2'de ise A noktasındaki sarkacın I yönünde, B noktasındaki sarkacın II yönünde salınması sonucu oluşan yeni konumları P ve R noktalarıyla gösterilmiş ve $\alpha + \beta = 90^\circ$ tavanla yaptıkları açıların ölçüleri sırasıyla $\alpha$ ve $\beta$ olarak verilmiştir. Sarkaçlar Şekil 2'deki konumundayken $[PR] \parallel [AB]$ olmaktadır. $|AK| = 15$ birim, $|BL| = 20$ birim, $|AB| = 12$ birim ve $|DM| = |EN| = |DE| = 25$ birimdir.




*Şekil 1*




*Şekil 2*

**29. Sarkaçların Şekil 1 ve Şekil 2'de verilen konumlarında bir doğru parçası çizilmek suretiyle oluşturacakları KLBA, MNED ve PRBA dörtgenlerinin çeşitlerini yazınız.**

**30. A ve B noktalarına bağlı sarkaçların Şekil 1 ve Şekil 2'deki konumlarında uç noktaları arasındaki uzaklıkların toplamının kaç birim olduğunu bulunuz.**

**31. KLBA, MNED ve PRBA dörtgenlerinin alanlarının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

**32.** Şekil 1'de verilen D ve E noktalarına bağlı sarkaçlar $\theta < 90^\circ$ olmak üzere I veya II yönünde tavanla ölçüsü $\theta$ derece olan açı oluşuyor. Olası her durumda sarkaçların uç noktaları ile D ve E noktaları bir dörtgenin köşeleri oluyor.

**Buna göre oluşabilecek olası dörtgenlerin çeşidini yazınız.**

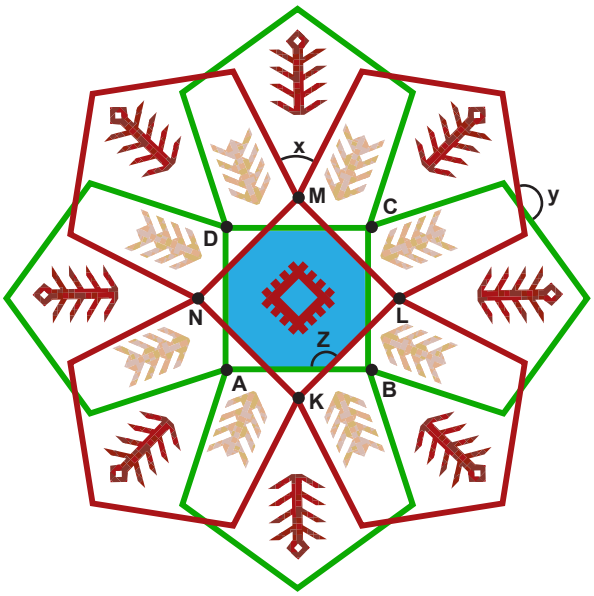
**33.** Şekil 1'de verilen D ve E noktalarına bağlı sarkaçların her ikisi de I yönünde tavanla ölçüsü $\theta$ derece olan açı oluşuyor. Bu durumda sarkaçların uç noktalarının tavana uzaklıkları 24 birim oluyor.

**Buna göre sarkaçların uç noktaları ile D ve E noktalarının oluşturduğu dörtgenin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.**

**34.** Şekil 1'de verilen D noktasına bağlı sarkaç I, E noktasına bağlı sarkaç II yönünde tavanla ölçüsü θ derece olan açı oluşuyor. Bu durumda sarkaçların uç noktalarının tavana uzaklıkları 24 birim oluyor.

**Buna göre sarkaçların uç noktaları ile D ve E noktalarının oluşturduğu dörtgenin çevre uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.**

***35-37. soruları aşağıdaki şekil ve açıklamaya göre cevaplayınız.***




Yanda Türk kültürüne ait motiflerin bulunduğu bir halı deseni verilmiştir. Desende yeşil ve kırmızıyla gösterilen çokgenler, düzgün beşgendir. Desende kırmızı beşgenlerin birer kenarları KLMN karesinin, yeşil beşgenlerin birer kenarları ise ABCD karesinin kenarlarıyla çakışıktır. ABCD ve KLMN kareleri eştir. Eş olan ABCD ve KLMN karelerinin köşegenlerinin kesim noktaları çakışıktır.

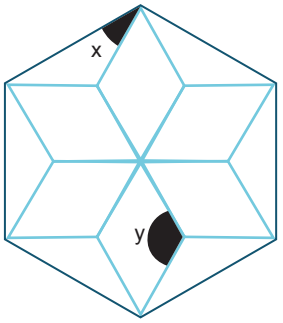
**35. Şekildeki mavi çokgenin bir dış açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.**

**36.** ABCD karesinin köşegenlerinin uzunlukları toplamı $8\sqrt{2}$ birimdir.

**Buna göre desende kullanılan düzgün beşgenlerden birinin çevre uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.**

**37. Şekil üzerinde x, y ve z ile gösterilen açıların ölçülerinin kaç derece olduğunu bulunuz.**

***38-42. soruları aşağıdaki şekil ve açıklamaya göre cevaplayınız.***




Tasarımcı Hande Hanım, bir firma için eşkenar dörtgenler kullanarak yandaki amblemi tasarlamıştır. Amblem, özdeş altı eşkenar dörtgenin birer kenarı çakışacak şekilde yerleştirilmesi ve eşkenar dörtgenlerin köşelerinin doğru parçalarıyla birleştirilmesiyle oluşturulmuştur. Eşkenar dörtgenlerin bir kenar uzunluğu 6 cm'dir.

**38. Amblemde kullanılan eşkenar dörtgenlerin köşelerinin birleştirilmesiyle oluşan geometrik şeklin adını yazınız.**

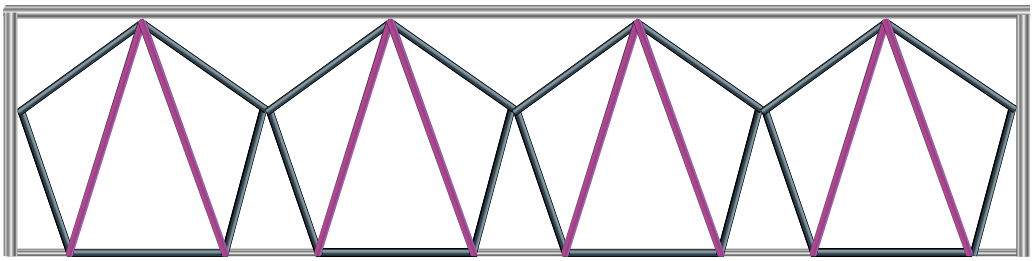
**39. Amblem üzerinde ölçüleri x ve y ile gösterilen açıların ölçülerinin kaç derece olduğunu bulunuz.**

**40. Amblemde kullanılan eşkenar dörtgenlerden birinin alanının kaç $cm^2$ olduğunu bulunuz.**

**41. Oluşan amblemin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**42. Oluşan amblemin <u>en uzak</u> iki köşesi arasındaki uzunluğun kaç cm olduğunu bulunuz.**

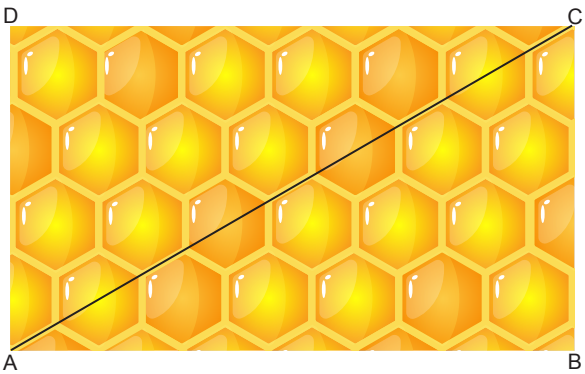
**43.** Aşağıda bir balkonun iki duvarı arasındaki dikdörtgen şeklindeki korkuluğa ait görsel verilmiştir. Korkuluk siyah metal çubuklarla düzgün beşgen formunda tasarlanmıştır. Her bir beşgenin birer köşesi birbiriyle temas etmektedir. Beşgenlerin iç kısımlarında mor metal çubukların beşgenlerin köşegeni olacak şekilde konumlandırılmasıyla aşağıdaki görünüm elde edilmiştir.



**Korkuluktaki mor metal çubukların toplam uzunluğu 220 cm olduğuna göre balkonun genişliği kaç cm'dir? (Profil kalınlıkları ihmal edilecektir.)**

A) 240 B) 220 C) 165 D) 110 E) 55

***44-46. soruları aşağıdaki görsel ve açıklamaya göre cevaplayınız.***




Dikdörtgen şeklindeki eş düzgün altıgenlerden oluşan yandaki bal peteği çıtalarla çerçevelenecektir. ABCD dikdörtgeninde $|AC| = 26$ cm'dir.

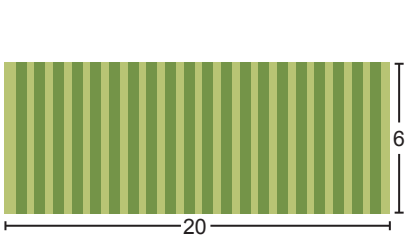
**44. Bal peteğini oluşturan düzgün altıgenlerin bir kenar uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**45. Düzgün altıgenlerin <u>en kısa</u> ve <u>en uzun</u> köşegen uzunluklarının kaç cm olduğunu bulunuz.**

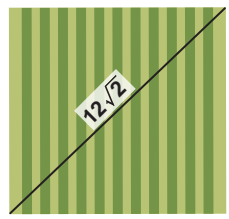
**46. Bal peteğini çerçevelemek için kaç cm çıta kullanılması gerektiğini bulunuz.**

***47-48. soruları aşağıdaki açıklama ve şekillere göre cevaplayınız.***

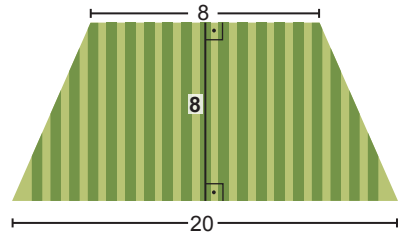
İbrahim, evinin önüne aşağıda verilen bahçe tasarımlarından birini yapacaktır. Tasarımlar; sırasıyla dikdörtgen, kare, ikizkenar yamuk, düzgün altıgen, eşkenar üçgen ve komşu kenarları birbirine dik olan onikigendir. İbrahim'in elinde bahçenin etrafını çevirmek için 48 metre çit bulunmaktadır.



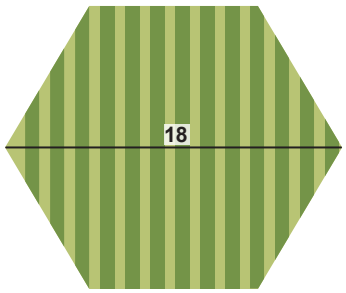
I



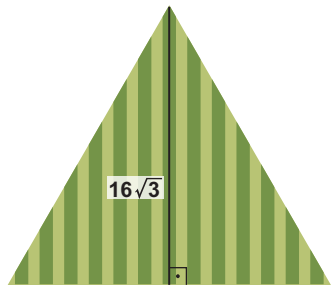
II



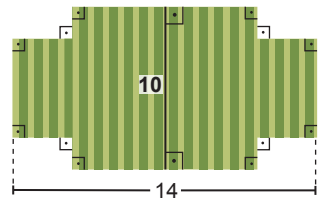
III



IV



V



VI

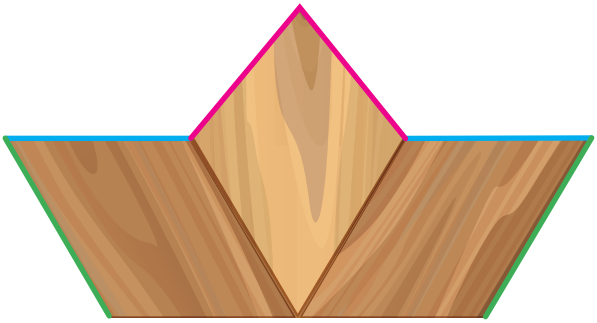
Bahçe tasarımına ait şekillerle ilgili bilgiler şunlardır:

- Dikdörtgenin kenar uzunlukları 6 m ve 20 m'dir.
- Karenin köşegen uzunluğu $12\sqrt{2}$ m'dir.
- İkizkenar yamuğun yüksekliği 8 m, taban uzunlukları 8 m ve 20 m'dir.
- Düzgün altıgenin uzun köşegeninin uzunluğu 18 m'dir.
- Eşkenar üçgenin yüksekliği $16\sqrt{3}$ m'dir.
- Komşu kenarları birbirine dik olan onikigenin genişliği 14 m, eni 10 m'dir.

**47. Elindeki çit uzunluğuna göre İbrahim'in hangi tasarımları tercih edebileceğini bulunuz.**

**48. İbrahim, <u>en büyük</u> bahçe alanına sahip olmak için elindeki çit uzunluğunu göz önünde bulundurduğunda tasarımlardan hangisini seçmelidir?**

***49-50. soruları aşağıdaki görsel ve açıklamaya göre cevaplayınız.***



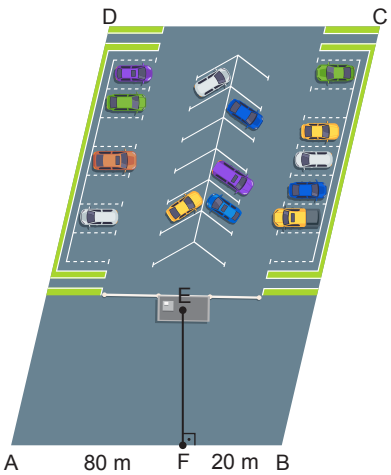
Birbirine eş iki paralelkenar ve bir deltoid şeklindeki ahşabın kenarları çakıştırılarak yandaki gemi modeli oluşturulmuştur.

Paralelkenarın yeşille gösterilen kenar uzunlukları 17 cm, maviyle gösterilen kenar uzunlukları 15 cm ve alanı 225 $cm^2$ dir. Deltoidin pembeyle gösterilen kenar uzunlukları ise 10 cm'dir.

**49. Gemi modelinin yüksekliğinin kaç cm olduğunu bulunuz.**

**50. Gemi modelinde kullanılan deltoidin alanının kaç $cm^2$ olduğunu bulunuz.**

***51-55. soruları aşağıdaki görsel ve açıklamaya göre cevaplayınız.***




Yandaki şekilde bir otopark ABCD paralelkenarı şeklinde modellenmiştir. Otoparkın E noktasında ödeme kabini, F noktasında ise çıkış kapısı bulunmaktadır.

E noktasında bulunan ödeme kabininin otoparkın AB, BC ve AD kenarlarına olan en kısa uzaklıkları eşittir. Kabinin CD kenarına olan en kısa uzaklığı ise diğer kenarlara olan uzaklığının 2 katıdır. $[EF] \perp [AB]$, $|AF| = 80$ m ve $|FB| = 20$ m'dir.

**51. Otoparkın çevre uzunluğunun kaç m olduğunu bulunuz.**

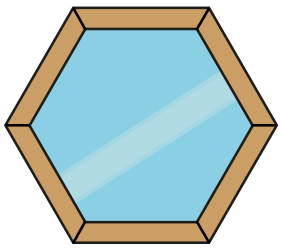
**52. Ödeme kabininin otoparkın CD kenarına olan <u>en kısa</u> uzaklığının kaç m olduğunu bulunuz.**

**53. Otoparkın B noktasında bulunan birinin ödeme kabinine uzaklığının kaç m olduğunu bulunuz.**

**54. Otoparkın alanının kaç $m^2$ olduğunu bulunuz.**

**55.** Ödeme kabini tadilat yapılarak otopark alanının köşegenlerinin kesim noktasına alınacaktır.
**Bu noktanın otoparkın CD kenarına olan <u>en kısa</u> uzaklığının kaç m olacağını bulunuz.**

***56-59. soruları aşağıdaki şekil ve açıklamaya göre cevaplayınız.***



Yandaki şekilde bir geminin kamara penceresi modellenmiştir. Pencerenin camı düzgün altıgen şeklinde olup çerçevesi ikizkenar yamuk şeklindeki 6 özdeş tahtadan oluşmaktadır. Pencerenin çevre uzunluğu 144 cm ve camın çevre uzunluğu 120 cm'dir.

**56. Çerçevenin kalınlığının kaç cm olduğunu bulunuz.**

**57. Çerçevede kullanılan ikizkenar yamuk şeklindeki tahtalardan birinin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

**58. Pencere genişliğinin kaç cm olduğunu bulunuz.**

**59. Çerçevenin kapladığı alanın kaç $cm^2$ olduğunu bulunuz.**

**60. Dörtgenlerin simetri eksenleri ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi <u>kesinlikle</u> doğrudur?**

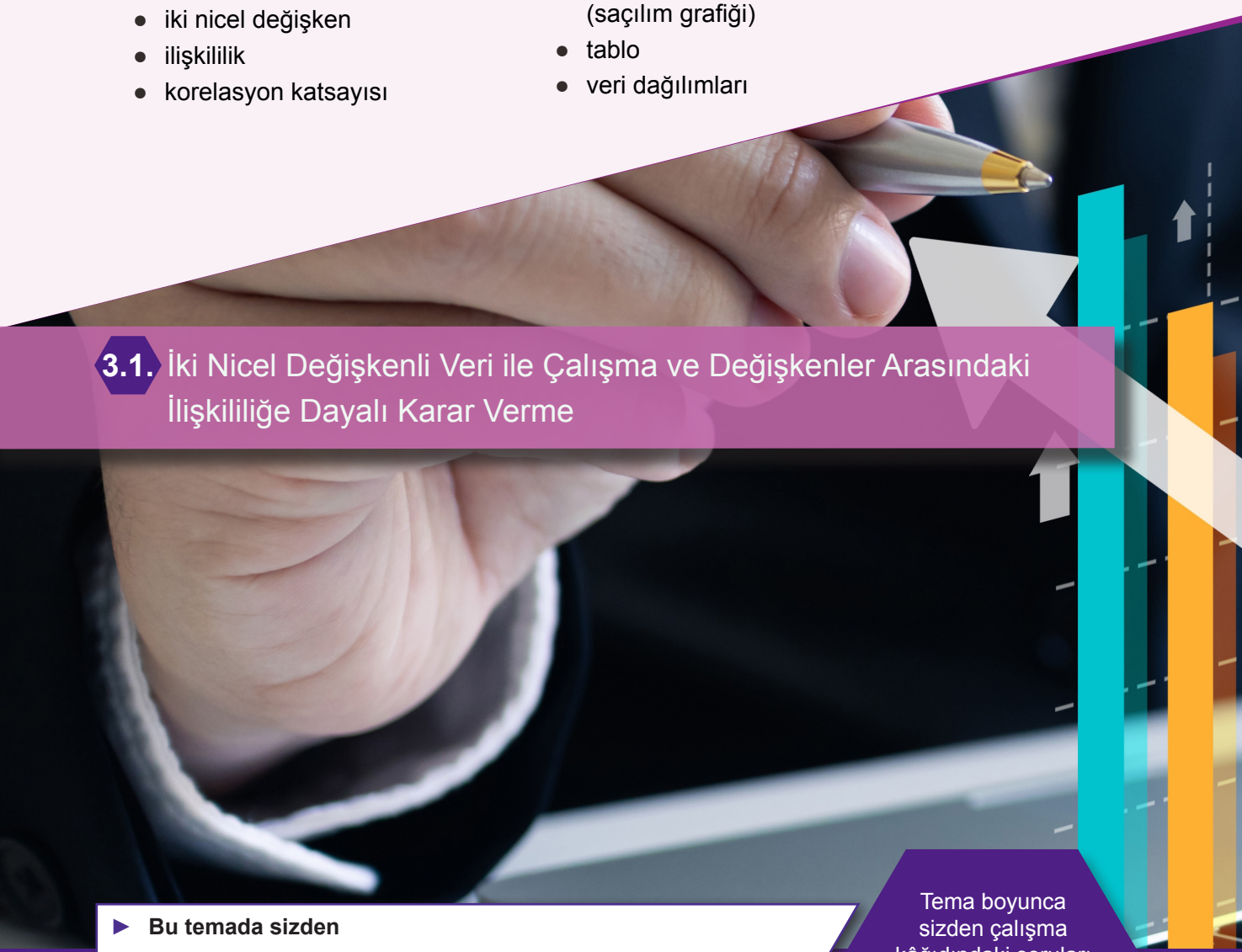
A) İkizkenar yamuğun simetri ekseni sayısı en az 3'tür.
B) Simetri ekseni sayısı 1 olan bir dörtgenin köşegenleri her zaman dik kesişir.
C) Simetri ekseni sayısı 2 olan her dörtgenin karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.
D) Karşılıklı kenarları paralel olan bir dörtgenin simetri ekseni sayısı her zaman 2'dir.
E) Köşegenlerinden en az biri simetri ekseni olan her dörtgen, aynı zamanda bir paralelkenardır.

*Ek Ölçme ve Değerlendirme Soruları*

# 3. TEMA İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ

► **Anahtar Kavramlar**

- bölgelere göre sayım oranı
- iki nicel değişken
- ilişkililik
- korelasyon katsayısı
- serpme diyagramı (saçılım grafiği)
- tablo
- veri dağılımları



## 3.1. İki Nicel Değişkenli Veri ile Çalışma ve Değişkenler Arasındaki İlişkililiğe Dayalı Karar Verme

► **Bu temada sizden**

- iki nicel değişkenli veriyle çalışabilmeniz ve iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe dayalı karar verebilmeniz

**beklenmektedir.**

Tema boyunca sizden çalışma kâğıdındaki soruları çözmeniz, performans görevini yerine getirmeniz, ölçme ve değerlendirme sorularını çözmeniz istenmektedir.

3. Tema
Karekodu

3. Tema
Sunusu



## Başlarken

**İstatistik**; veri toplamak, toplanan verileri düzenlemek, analiz etmek ve yorumlamak için kullanılan bir bilim dalıdır. Gerçek yaşam durumları ve bilimsel araştırmalarda sıklıkla iki nicel değişken arasındaki ilişkiyi analiz etme ve bu ilişki durumuna bağlı olarak karar alma gerekliliği doğmaktadır. İki nicel değişken arasındaki ilişkinin analizi için pek çok istatistiksel yöntem mevcuttur. Nicelikler arasında anlamlı ilişkiler bulmak temelinde istatistik; sağlık araştırmaları, sosyal bilimler, eğitim, finans sektörü, üretim süreçlerinde kalite kontrol, teknolojik gelişmeler, hava durumu tahmini gibi pek çok alanda kullanılmaktadır.

## Ön Değerlendirme

*İstatistiksel araştırma süreci temasıyla ilgili ön bilgilerinizi ölçmek amacıyla aşağıda verilen soruları cevaplayınız.*

**1.** Aşağıdaki soruları önceki sınıflarda yürüttüğünüz istatistiksel araştırma süreçlerine yönelik deneyimlerinizden faydalanarak cevaplayınız.

**a) Yürüttüğünüz istatiksel araştırma sürecinin konusunu belirlerken hangi faktörleri göz önünde bulundurdunuz?**

**b) Belirlediğiniz konuya yönelik araştırma sorularını hangi kriterleri kullanarak oluşturdunuz?**

**c) Araştırma sürecinde nasıl bir veri toplama planı oluşturdunuz?**

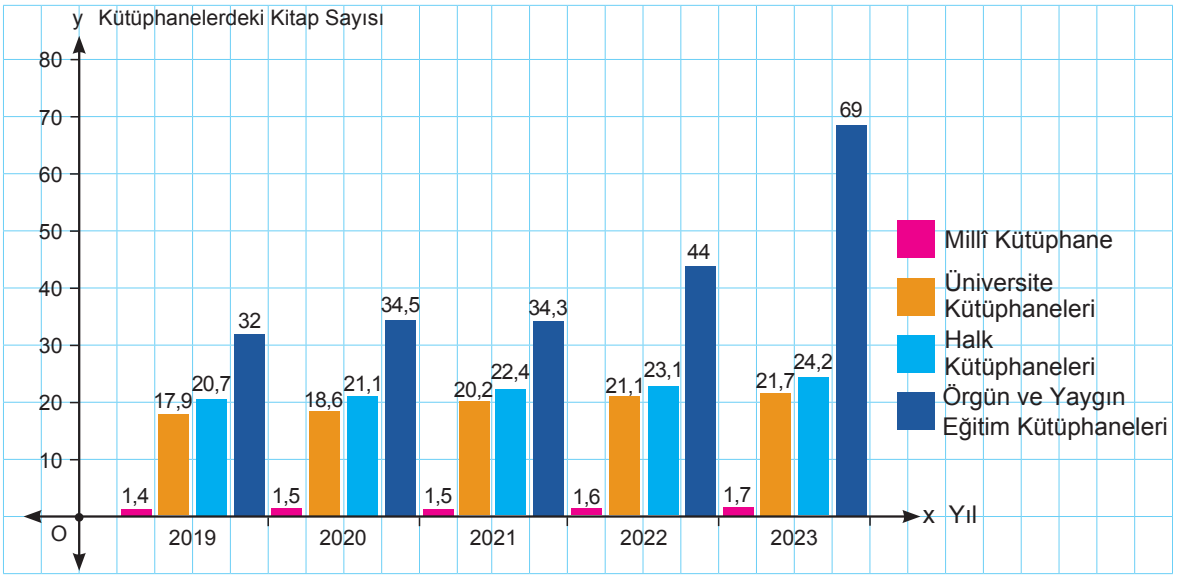
**ç) Topladığınız verileri analiz için nasıl organize ettiniz?**

**d) Araştırma konusuna ilişkin topladığınız verileri hangi istatistiksel yöntemlerle analiz ettiniz?**

**e) Analiz ettiğiniz veriyi nasıl yorumladınız?**

**f) Yürüttüğünüz istatistiksel araştırma sürecinde ne gibi zorluklarla karşılaştınız?**

**2.** Okulunda kütüphane kulübünün öğrencisi olan Mehmet, okul kütüphanesine yapılacak bağış miktarını artırmak için bir farkındalık projesi geliştirmek istemiştir. Mehmet, Türkiye İstatistik Kurumunun (TÜİK) 2023 yılında yayımlanan kütüphane istatistikleri haberinde aşağıda verilen "2019-2023 Yılları Arasında Ülkemiz Kütüphanelerindeki Kitap Sayısı"nı gösteren sütun grafiğini görmüştür.




Mehmet, verilen grafiği incelediğinde kütüphanelerdeki kitap sayısının yıldan yıla arttığını fark etmiş ve kulüp arkadaşlarıyla bir poster hazırlamayı planlamıştır. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayarak Mehmet ve kulüp arkadaşlarına yardım ediniz.

a) **2019-2023 yılları arasında örgün ve yaygın eğitim kütüphanelerindeki kitap sayısına ilişkin histogramı, çizgi ve kutu grafiklerini çiziniz.**

b) **2019-2023 yılları arasında halk kütüphanelerinde bulunan kitap sayılarıyla ilgili aşağıdaki değerleri hesaplayınız.**

- **Aritmetik ortalama**
- **Ortanca**
- **Tepe Değer**
- **Açıklık**
- **Standart sapma**

# 3.1. İKİ NİCEL DEĞİŞKENLİ VERİ İLE ÇALIŞMA VE DEĞİŞKENLER ARASINDAKİ İLİŞKİLİLİĞE DAYALI KARAR VERME

Aşağıda iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan bazı araştırma soruları verilmiştir.

- Bireyin günlük aldığı kalori miktarı ile kütlesi arasında nasıl bir ilişki vardır?
- Çalışan memnuniyet yüzdesi ile iş verimliliği yüzdesi arasında nasıl bir ilişki vardır?
- Bir kente inşa edilen bina sayısı ile metrekare başına düşen yağış miktarı arasında nasıl bir ilişki vardır?
- Bir lisedeki Bilişim Teknolojileri ders saati ile öğrencilerin akademik başarı puanı arasında nasıl bir ilişki vardır?
- Engelli bireylere sunulan aylık rehabilitasyon sayısı ile engelli bireylerin istihdam oranı arasında nasıl bir ilişki vardır?

**Buna göre aşağıdaki sorular hakkındaki fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.**

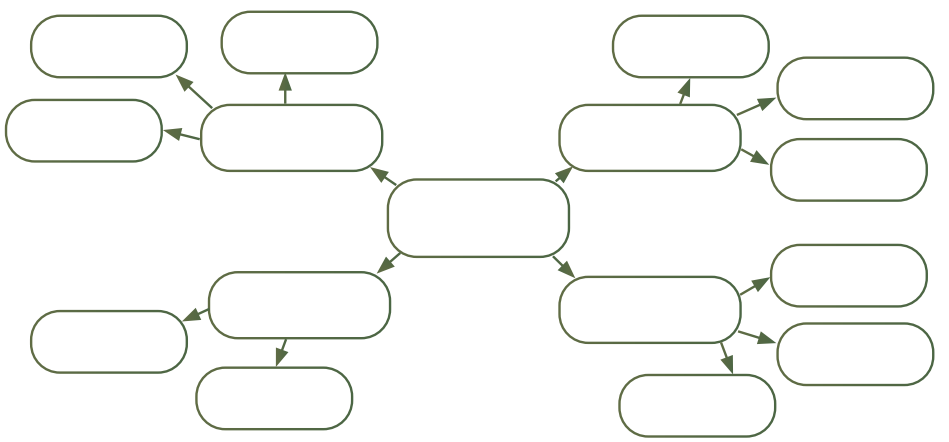
1. **Araştırma sorularına nasıl cevap verilebilir?**
2. **Araştırma sorularına cevap vermek için önceki yıllarda öğrendiğiniz çizgi grafiği, nokta grafiği, kök-yaprak gösterimi, histogram ve kutu grafiği gibi görselleştirme araçlarından faydalanılabilir mi?**
3. **Bu görselleştirme araçları, iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan bazı araştırma sorularının görselleştirilmesinde her zaman yeterli midir? Arkadaşlarınızla ulaşmış olduğunuz sonuçları aşağıdaki boşluğa yazınız.**

İstatistiksel bir araştırma süreci; araştırmanın bağlamını belirleme, bu bağlama yönelik soru sorma, soruya yönelik veri toplama, verileri düzenleyerek analize hazır hâle getirme, verileri analiz etme ve sonuçları yorumlama aşamalarını içerir.

## 1. UYGULAMA İstatistiksel Araştırmalarda Bağlam Belirleme

Aşağıdaki uygulama adımlarını takip ediniz.

1. İki nicel değişkenin ilişkililiğine yönelik araştırma sorularına kaynaklık eden sağlık, eğitim, çevre, iklim gibi toplumu etkileyen; ilgi duyduğunuz gerçek yaşam durumlarını belirleyerek sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.
2. Paylaştığınız gerçek yaşam durumlarından birini, veri toplamayı gerektirip gerektirmeme kriterini göz önünde bulundurarak, sınıfınızın ortak araştırma durumu olarak seçiniz. Belirlediğiniz gerçek yaşam durumunu etkileyen bağlamları aşağıdaki örümcek ağında ifade ediniz.



3. Örümcek ağında ifade ettiğiniz gerçek yaşam durumu içeren ve iki nicel değişkenin ilişkili olduğu bağlamlar hakkında sınıf arkadaşlarınıza sorular yöneltiniz.

## 1. ÖRNEK

Aşağıdaki tabloda ekonomi, çevre ve sağlık alanlarıyla ilgili iki nicel değişkenin ilişkililiğine yönelik bazı bağlamlar örnek olarak verilmiştir.

**Her bir alanla ilgili iki nicel değişkenin ilişkililiğine yönelik ikişer bağlam örneğini tabloya yazınız.**

| Alan | Bağlam |
|---|---|
| **Ekonomi** | » Hanede yaşayan kişi sayısı ile aylık hizmet fatura tutarları arasındaki ilişki<br>» .....<br>» ..... |
| **Çevre** | » Bir şehirdeki araç sayısı ile hava kalite indeksi arasındaki ilişki<br>» .....<br>» ..... |
| **Sağlık** | » Günlük atılan adım sayısı ile katedilen yol miktarı arasındaki ilişki<br>» .....<br>» ..... |

### ÇÖZÜM

Ekonomi, çevre ve sağlık alanlarıyla ilgili iki nicel değişkenin ilişkililiğine yönelik pek çok örnek bağlam oluşturulabilir. Dikkat edilmesi gereken husus, değişkenlerin birbiriyle ilişkili ve nicel olmalarıdır. Nicel değişkenler, sayısal değerlerle ifade edilebilen değişkenlerdir.

| Alan | Bağlam |
|---|---|
| **Ekonomi** | » Hanede yaşayan kişi sayısı ile aylık hizmet fatura tutarları arasındaki ilişki<br>» Bireyin borç miktarı ile yapabildiği birikim arasındaki ilişki<br>» Gayrisafi millî hasıla ile toplam ihracat hacmi arasındaki ilişki |
| **Çevre** | » Bir şehirdeki araç sayısı ile hava kalite indeksi arasındaki ilişki<br>» Organik atık miktarı ile üretilecek kompost miktarı arasındaki ilişki<br>» Elektrikli araç sayısı ile dekarbonizasyon miktarı arasındaki ilişki |
| **Sağlık** | » Günlük atılan adım sayısı ile katedilen yol miktarı arasındaki ilişki<br>» 30 gün boyunca her öğle yemeğinde trans yağ içeren beslenme ile kandaki kötü kolesterol seviyesi arasındaki ilişki<br>» Vücut kitle endeksi ile açlık kan şeker değeri arasındaki ilişki |

## 2. UYGULAMA İstatistiksel Araştırmalarda Bağlama Yönelik Araştırma Sorusu Hazırlama

Aşağıda bireylerin vücut kütlesi hakkında bir problem verilmiştir. Problem metnine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

> *"Bireylerin vücut kütlesini etkileyebilecek çok sayıda faktör olduğu bilinmektedir. Bunların bir kısmı bireyin kontrolünde olan fiziksel aktivite seviyesi, diyet, çevresel ve sosyal faktörlerken bir kısmı da bireyin kontrolünde olmayan gelişimsel belirleyiciler, genetik yapı, cinsiyet ve yaştır. Sizce vücut kütlesi üzerinde hangi faktörler daha belirleyici rol oynamaktadır? Gerekçeleriyle açıklayınız.*

**1.** Vücut kütlesini etkileyen faktörleri göz önünde bulundurarak hangi değişkenlerin kütleyle ilgili olabileceğine yönelik düşüncelerinizi arkadaşlarınızla tartışınız.

**2.** Gerçekleştirdiğiniz tartışma sonucunda aşağıda verilen örnekteki gibi araştırma soruları oluşturunuz.

**a)** Bireyin vücut kütlesi (kg) ile günlük tükettiği ekmek miktarı (g) arasında nasıl bir ilişki vardır?

**b)** .....

**c)** .....

**ç)** .....

**3.** Aşağıdaki örnekten yola çıkarak farklı bağlamlarda araştırma soruları hazırlayınız.

**a)** Bir ildeki beton üretim miktarı (ton) ile atmosferdeki sera gazı yoğunluğu (ppm) arasında nasıl bir ilişki vardır?

**b)** .....

**c)** .....

**ç)** .....

**4.** Araştırma sorularınızdaki nicel değişkenler ve bu değişkenler arasındaki ilişkililiği gerekçeleriyle sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

**5.** Paylaşımınız sonunda arkadaşlarınızın oluşturduğu araştırma sorularını iki değişkenin ilişkililiği kriterine göre tartışarak değerlendiriniz, eksikler varsa gerekli düzenlemeleri yapınız.

## 2. ÖRNEK

Aşağıdaki tabloda farklı alanlarla ilgili bağlamlar verilmiştir.

**Bağlamlarda ifade edilen değişkenler arasında nicel ilişki varsa tablonun ilgili sütununa "√", yoksa "X" işaretini koyunuz. Aralarında nicel ilişkililiğin bulunduğu değişkenleri kullanarak araştırma soruları hazırlayınız. Bağlamlarda ifade edilen değişkenler arasında nicel ilişki yoksa tablonun ilgili sütununa nedenini yazınız.**

| Bağlam | Nicel İlişkinin Varlığı | Araştırma Sorusu | Nicel İlişki Yoksa Sebebi |
|---|---|---|---|
| a) Bireyin geliri (TL) ile yaptığı tasarruf miktarı (TL) | | | |
| b) Bireyin eğitim seviyesi ile başarısı | | | |
| c) Ev yaşam alanı ($m^2$) ile tüketilen elektrik miktarı (kWh) | | | |
| ç) Bireyin günlük su tüketim miktarı (l) ile vücut kitle endeksi ($kg/m^2$) | | | |
| d) Bireyin mesleği ile mutluluk seviyesi | | | |
| e) Omurgalı hayvanların kilosu (kg) ile yaşam süreleri (yıl) | | | |
| f) Bireyin spor yapma süresi (dk.) ile kalp atış hızı (BPM) | | | |

### ÇÖZÜM

| Bağlam | Nicel İlişkinin Varlığı | Araştırma Sorusu | Nicel İlişki Yoksa Sebebi |
|---|---|---|---|
| a) Bireyin geliri (TL) ile yaptığı tasarruf miktarı (TL) | √ | » Bireyin geliri ile yaptığı tasarruf miktarı arasında nasıl bir ilişki vardır? | |
| b) Bireyin eğitim seviyesi ile başarısı | X | | "Eğitim seviyesi" kategorik değişken, "başarı" nicel olmayan değişkendir. |
| c) Ev yaşam alanı ($m^2$) ile tüketilen elektrik miktarı (kWh) | √ | » Bir evin yaşam alanı ile tüketilen elektrik miktarı arasında nasıl bir ilişki vardır? | |
| ç) Bireyin günlük su tüketim miktarı (l) ile vücut kitle endeksi ($kg/m^2$) | √ | » Bireyin günlük tükettiği su miktarı ile vücut kitle indeksi arasında nasıl bir ilişki vardır? | |
| d) Bireyin mesleği ile mutluluk seviyesi | X | | "Meslek" kategorik değişken, "mutluluk" nicel olmayan değişkendir. |
| e) Omurgalı hayvanların kilosu (kg) ile yaşam süreleri (yıl) | √ | » Bir omurgalı hayvanın kilosu ile yaşam süresi arasında nasıl bir ilişki vardır? | |
| f) Bireyin spor yapma süresi (dk.) ile kalp atış hızı (BPM) | √ | » Bireyin spor yapma süresi ile kalp atış hızı arasında nasıl bir ilişki vardır? | |

## 1. Sıra Sizde

Aşağıdaki tabloda verilen alanlarla ilgili iki nicel değişkenin ilişkililiğine yönelik veri toplamayı gerektiren bağlamlar oluşturarak araştırma sorularını yazınız.

| Alan | Bağlam | Araştırma Sorusu |
|---|---|---|
| Eğitim | | |
| İklim | | |
| Doğa | | |
| Turizm | | |

## 3. UYGULAMA İstatistiksel Araştırmalarda Hazır Veri Setlerinden Faydalanma ve Analize Hazırlama

Aşağıdaki uygulama adımlarını takip ediniz.

1. Bir bağlam etrafında iki nicel değişkenin ilişkililiğine yönelik, sınıf arkadaşlarınızla belirlediğiniz bir araştırma sorusu yazınız.

2. İki nicel değişkenin ilişkililiğine yönelik hazır veri setinin nasıl elde edilebileceği hakkında sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

3. Araştırma sorunuza cevap bulabilmek için dijital kaynakları nasıl doğru bir şekilde kullanmanız gerektiği hakkında sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

   Aşağıda bırakılan boşluğa bu dijital kaynakların sahip olması gereken kriterleri örnekteki gibi yazınız.

   **a)** Geçerli ve güvenilir kaynaklar olmalı.

   **b)** .....

   **c)** .....

   **ç)** .....

4. Belirlediğiniz kriterleri sağlayan dijital kaynakları aşağıdaki boşluğa yazınız.

   **a)** .....

   **b)** .....

   **c)** .....

   **ç)** .....

5. Belirlediğiniz dijital kaynakları kullanarak araştırma sorunuza uygun olan hazır veri setine ulaşınız. Bu süreçte kişisel verilerin gizliliğine, tutarlı, tarafsız, doğru ve güvenilir olmasına dikkat ediniz. Gerçekleştirdiğiniz adımları kontrol etmek için yandaki karekodda verilen Hazır Verinin Kullanımına İlişkin Kontrol Listesi'ni kullanabilirsiniz.

   *Kontrol Listesi*

6. Kullanacağınız veri setini dijital araçlar oluşturarak analize hazır hâle getiriniz.

## 3. ÖRNEK

Bir akademisyen, Türkiye'de 2008-2019 yılları arasında Uluslararası Standart Kitap Numarası (ISBN) istatistiklerini kullanarak çeşitli dillerde yayımlanan kitaplar arasından İngilizce ve Almanca yayımlanan kitap sayıları arasında bir ilişkinin olup olmadığını araştırmak istemiştir.

*Kontrol Listesi*

**Buna göre**

**a) Akademisyenin araştırma sorusunu nasıl yazması gerektiğini bulunuz.**

**b) Akademisyenin hazır veri setine nasıl ulaşacağını yandaki karekodda verilen Hazır Verinin Kullanımına İlişkin Kontrol Listesi'ni göz önünde bulundurarak açıklayınız.**

### ÇÖZÜM

**a)** Akademisyenin istatistiksel araştırma sorusu "Türkiye'de 2008-2019 yılları arasında İngilizce ve Almanca yayımlanan kitap sayıları arasında nasıl bir ilişki vardır?" şeklindedir. Araştırma sorusundaki nicel değişkenler "İngilizce kitap sayısı" ve "Almanca kitap sayısı" şeklindedir.

**b)** Geçerli ve güvenilir, kişisel verilerin gizliliğini sağlayan, tutarlı ve tarafsız olduğu için akademisyenin TÜİK genel ağ sitesinden faydalanması gerekmektedir. Akademisyen, ilgili araştırma sorusuna ait istatistiğe TÜİK genel ağ sitesinde sırasıyla Portallar → İstatistik Veri Portalı → Eğitim, Kültür, Spor ve Turizm → İstatistiksel Tablolar sekmelerine tıklayarak ulaşacaktır. ".xls" uzantılı "Materyalin Yayınlandığı Dillere Göre Sayısı" istatistik tablosunu kaydetmelidir. Rastgelelik, olaylarda belirli bir örüntünün olmama hâli olduğundan bu değişkenleri içeren bir araştırma; rastgeleliği sağlar. Araştırma bağlamında "Türkiye'de" dendiği için bu araştırmanın evren ve örneklemi aynıdır.

## 2. Sıra Sizde

Gazetede "Türkiye'deki Halk Kütüphaneleri Kullanıcı Sayısı ve Sinemada Film İzleyenlerin Sayısı" başlıklı haberi gören Alp, kendi doğum yılı olan 1990 ile 29 yaşında olduğu yıl arasında halk kütüphanesi kullanıcı sayısı ile sinemada film izleyici sayısı arasında nasıl bir ilişki olduğunu merak etmiş ve konuyla ilgili bir araştırma sürecine girmiştir.

**Buna göre**

**a) Alp, merak ettiği konuya ilişkin nasıl bir istatistiksel araştırma sorusu yazmış olabilir?**

**b) Alp'in, hazır veri setine nasıl ulaşacağını yandaki karekodda verilen Hazır Verinin Kullanımına İlişkin Kontrol Listesi'ni göz önünde bulundurarak açıklayınız.**

*Kontrol Listesi*

## 4. UYGULAMA İstatistiksel Araştırmalarda Verilerin Analizi ve Analiz Sonuçlarının Yorumlanması

Aşağıdaki uygulama adımlarını takip ediniz.

1. Yükseköğretimde bir programa yerleşme durumu ile bu programdan mezun olma durumu arasındaki ilişkiyi sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

2. "Yükseköğretimde bir programa yerleşen kişi sayısı ile bu programdan mezun olan kişi sayısı arasında bir ilişki var mıdır?" araştırma sorusuna cevap bulabilmek için TÜİK genel ağ sitesine giriş yapınız.

3. TÜİK genel ağ sitesinde sırasıyla Portallar → İstatistik Veri Portalı → Eğitim, Kültür, Spor ve Turizm → İstatistiksel Tablolar sekmelerine tıklayınız.

4. "Öğretim yılına göre yükseköğretimde net okullaşma oranı, okul, öğretim elemanı, öğrenci ve mezun sayısı" isimli ".xls" uzantılı dosyayı indiriniz.

5. İndirdiğiniz dosyayı 2. adımdaki araştırma sorusuna ait nicel değişkenleri dikkate alarak analize hazırlayınız.

6. Öğretmeninizin rehberliğinde bilgisayar veya etkileşimli tahtada bir istatistik yazılım programı kullanarak verilerinize ait serpme diyagramını oluşturunuz.

7. İstatistik yazılım programında korelasyon katsayısını hesaplayınız. İki değişkenin ilişkililiğinde aykırı değerlerin korelasyon katsayısını etkileyeceğini dikkate alınız.

8. 6 ve 7. adımlarda oluşturduğunuz görselleştirme ve özetleme araçlarını gözlemleyiniz. Bir değişkenin değeri değişirken diğer değişkenin değerindeki değişimin nasıl olduğuna odaklanınız.

9. Elde ettiğiniz sonuçları birbirinizin düşüncelerini dinleyerek sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız. Paylaşımınızı üzerinde çalıştığınız araştırma sorusuna ait iki nicel değişken arasındaki doğrusal ilişkinin yönü (pozitif/negatif) ve gücü (ilişki yok/zayıf/orta/güçlü) üzerine şekillendirerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

10. İki nicel değişkenli verilerde ortaya çıkan ilişkinin bir neden-sonuç ilişkisi olup olmadığını sınıf arkadaşlarınızla tartışınız. Tartışma sonucunda ulaştığınız fikirleri aşağıdaki boşluğa yazınız.

11. İstatistiksel araştırma sürecinin bütün bileşenlerini sistematik bir şekilde gözden geçirerek yaptığınız analizler sonucunda araştırma sorusuna cevap veriniz.

12. Veri setini kullanarak yaptığınız analiz sonucunda araştırma sorunuza vereceğiniz cevabın evrene genellenip genellenemeyeceğini eleştirel bir bakış açısıyla sınıf arkadaşlarınızla tartışınız. Tartışmanız sonucunda ulaştığınız fikri aşağıdaki boşluğa yazınız.

## 4. ÖRNEK

Uluslararası bir eğitim toplantısına katılacak olan Necla Öğretmen ve öğrencileri, toplantıda Türkiye illerine göre ortalama eğitim süreleriyle (yıl) ilgili sunum yapacaklardır. Necla Öğretmen, öğrencilerini TÜİK genel ağ sitesindeki "İstatistikler" sekmesinden "Eğitim İstatistikleri"ne yönlendirmiştir. Öğrencilerin ulaştığı veri setinin bir kısmı aşağıdaki tabloda verilmiş olup veri setinin tümüne yanda verilen karekoddan ulaşabilirsiniz.

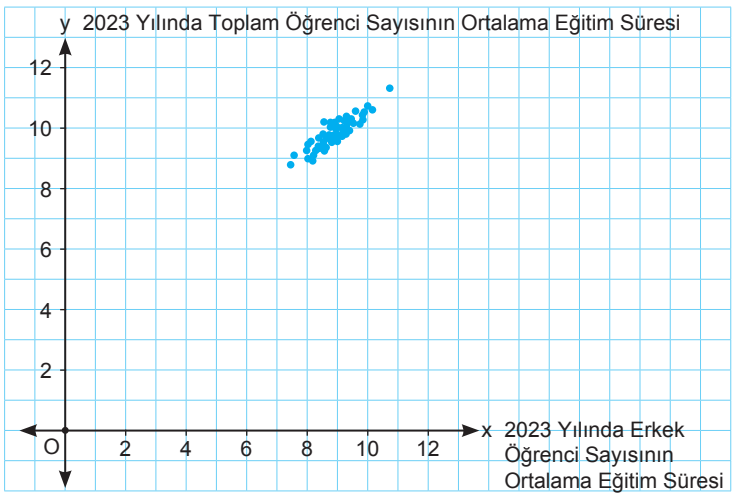
*Veri Seti*

| İller | Toplam Öğrenci Sayısının Ortalama Eğitim Süresi (yıl) | Erkek Öğrenci Sayısının Ortalama Eğitim Süresi (yıl) | Kız Öğrenci Sayısının Ortalama Eğitim Süresi (yıl) |
|---|---|---|---|
| **Adana** | 9,2 | 9,9 | 8,5 |
| **Adıyaman** | 8,6 | 9,6 | 7,5 |
| **Afyonkarahisar** | 8,5 | 9,5 | 7,6 |
| **Ağrı** | 7,4 | 8,8 | 6 |
| **Amasya** | 8,8 | 9,7 | 7,9 |
| **Ankara** | 10,7 | 11,3 | 10,1 |
| **Antalya** | 9,8 | 10,2 | 9,3 |
| **Artvin** | 9,2 | 10,2 | 8,2 |
| **Aydın** | 9 | 9,6 | 8,5 |

**Karekodda verilen veri setine göre "2023 yılında illere göre toplam öğrenci sayısının ortalama eğitim süresi ile erkek öğrenci sayısının ortalama eğitim süresi arasında bir ilişki var mıdır?" araştırma sorusuna cevap vermek için Necla Öğretmen'in öğrencilerinin analizi nasıl gerçekleştireceğini bulunuz.**

### ÇÖZÜM

2023 yılında illere göre toplam öğrenci sayısının ortalama eğitim süresi ile erkek öğrenci sayısının ortalama eğitim süresi arasındaki ilişkinin araştırıldığı araştırma sorusuna cevap vermek için karekodda verilen veri setinin istatistik yazılım programı kullanılarak çizilen serpme grafiği aşağıda verilmiştir.




2023 yılında illere göre toplam öğrenci sayısının ortalama eğitim süresi ile erkek öğrenci sayısının ortalama eğitim süresi arasındaki korelasyon katsayısı, istatistik yazılım programı kullanılarak yaklaşık $r \approx 0,88$ bulunur.

## 3. Sıra Sizde

10-16 Mayıs haftası, Birleşmiş Milletlere üye 156 ülkede Engelliler Haftası olarak kabul edilmiştir. Bu hafta boyunca üye ülkeler, engelli bireylerin sorunları ve eğitimini içeren çeşitli etkinlikler yapar.

Engelliler Haftası'yla ilgili farkındalık yaratmak isteyen Ceren Öğretmen, öğrencilerinden "Ülkemizdeki engelli okuryazar yüzdesi ile süreğen hastalığa sahip okuryazar yüzdesi arasında bir ilişki var mıdır?" sorusuna cevap vermelerini istemiştir. Öğrencilerin ulaştığı veri seti aşağıdaki tabloda verilmiştir.

| Bölgeler | Ortopedik, Görme, İşitme, Dil ve Konuşma, Zihinsel Engelli Nüfus-Okuma Yazma Bilen (%) | Süreğen Hastalığa Sahip Olan Nüfus-Okuma Yazma Bilen (%) |
|---|---|---|
| **Marmara** | 73,4 | 82,5 |
| **Ege** | 66,9 | 76,9 |
| **Akdeniz** | 58,3 | 76,3 |
| **İç Anadolu** | 70,1 | 80,5 |
| **Karadeniz** | 60,6 | 70,3 |
| **Doğu Anadolu** | 51,7 | 57,8 |
| **Güneydoğu Anadolu** | 47,5 | 54,8 |

**Ceren Öğretmen'in öğrencilerinin bu analizi nasıl gerçekleştireceğini bulunuz.**

## 5. ÖRNEK

Veri Seti

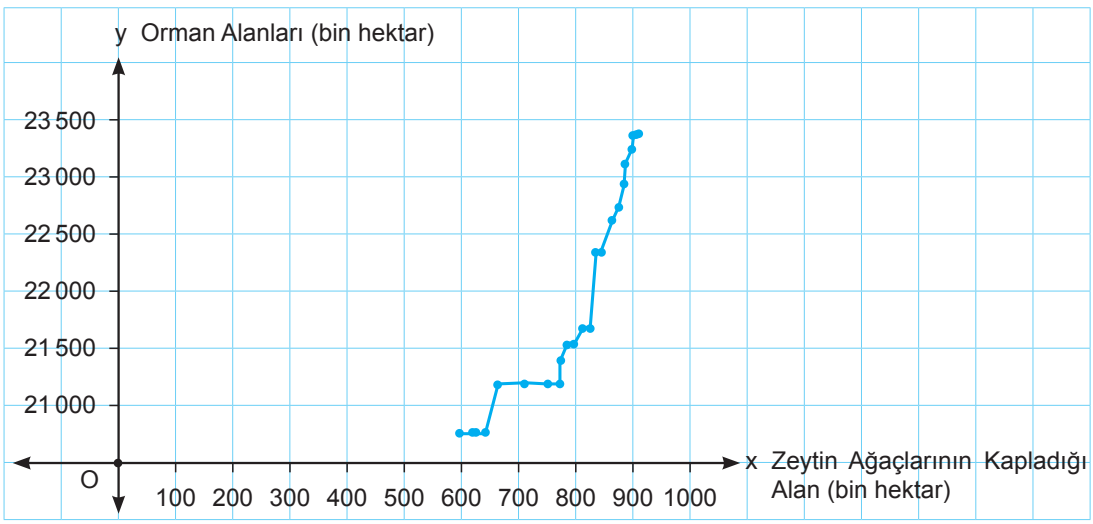
Akdeniz kültürünün temel besin maddelerinden biri olan zeytinyağının sağlığa pek çok faydası vardır. Zeytinyağı tüketiminin güçlü bir kemik yapısının oluşumuna, TİP 2 diyabet, kalp hastalıkları gibi kronik hastalık risklerinin azaltılmasına yardımcı olduğu; bilim dünyası tarafından kabul edilmiştir. Yavaş ve zahmetli büyümesine rağmen uzun ömürlü ve dayanıklı olan zeytin ağaçlarının kökleri, yer altı sularını besleyerek toprak altındaki suyun korunmasına yardımcı olur. Zeytin ağaçlarının bu denli faydasını gören bir araştırmacı, "2000-2024 yılları arasında ülkemizde zeytin ağaçlarının kapladığı alan ile orman alanları arasında nasıl bir ilişki vardır?" sorusuna cevap aramak istemiştir. Araştırmacının kullanacağı veri setinin bir kısmı aşağıdaki tabloda verilmiş olup tümü yandaki karekodda bulunmaktadır.

| Yıllar | Zeytin Ağaçlarının Kapladığı Alan (bin hektar) | Orman Alanı (bin hektar) |
|---|---|---|
| **2000** | 600 | 20 763 |
| **2001** | 600 | 20 763 |
| **2002** | 620 | 20 763 |
| **2003** | 625 | 20 763 |
| **2004** | 644 | 20 763 |
| **2005** | 662 | 21 189 |
| **2006** | 712 | 21 189 |

**Buna göre araştırma sorusuna yönelik analiz yaparak sonuçlarını yorumlayınız.**

### ÇÖZÜM

Karekodda verilen bilgilere göre 2000-2024 yılları arasında Türkiye'de zeytin ağaçlarının kapladığı alan ile orman alanlarına ait serpme diyagramı aşağıdaki grafikte verilmiştir.




Grafik incelendiğinde iki nicel değişken arasında pozitif ilişki olduğu görülmektedir. 2000-2024 yılları arasında Türkiye'de zeytin ağaçlarının kapladığı alan ile orman alanları arasındaki korelasyon katsayısı, istatistik yazılım programı kullanılarak yaklaşık $r \approx 0,91$ olarak bulunur.

Elde edilen serpme diyagramı ve korelasyon katsayısına göre "zeytin ağaçlarının kapladığı alan" ve "orman alanları" nicel değişkenleri arasında güçlü düzeyde pozitif ilişki olduğu görülmektedir.

## 4. Sıra Sizde

Atık malzemelerin çeşitli yöntemlerle ham madde olarak imalat süreçlerine kazandırılması, **geri dönüşüm** olarak nitelendirilir. Geri dönüşümle ham madde ihtiyacı azalarak doğaya verilen zarar engellenir ve büyük miktarda enerji tasarrufu sağlanır. Geri dönüşüm yöntemlerinden biri olan "kompostlama", organik maddelerin toprağın fiziksel, kimyasal ve biyolojik özelliklerini iyileştirmek ve zenginleştirmek için kullanılabilecek bir katkı maddesine dönüştürülmesi işlemidir. Kompost; bahçe tarımı, kentsel ve organik tarımda toprak verimliliğini iyileştirerek kimyasal gübrelere olan bağımlılığı azaltır. Genellikle gıda ve bitki atıklarının ayrıştırılması, organik maddelerin ve gübrenin geri dönüştürülmesiyle hazırlanır.

İstanbul Büyükşehir Belediyesi (İBB) tarafından 2014-2024 yılları arasında yürütülen geri dönüşüm faaliyetleri sonucunda elde edilen çeşitli ham maddelere ilişkin tablo aşağıda verilmiştir.

| Yıllar | Üretilen Kompost Miktarı (ton) | İBB Tesislerinde Geri Dönüştürülen Malzeme Miktarı (ton) |
|---|---|---|
| **2014** | 17136 | 17425 |
| **2015** | 18423 | 7069 |
| **2016** | 18336 | 18815 |
| **2017** | 18474 | 10974 |
| **2018** | 14673 | 9163 |
| **2019** | 16503 | 8832 |
| **2020** | 19510 | 4627 |
| **2021** | 11545 | 4793 |
| **2022** | 14971 | 3856 |
| **2023** | 6620 | 3073 |
| **2024** | 9230 | 3325 |

**Tablodaki veri setine göre "2014-2024 yılları arasında üretilen kompost miktarı ile İBB tesislerinde geri dönüştürülen malzeme miktarı arasında bir ilişki var mıdır?" araştırma sorusuna cevap bulabilmek için gerekli analizleri yapınız ve analiz sonuçlarını yorumlayarak tablonun altındaki boşluğa yazınız.**

**5. Sıra Sizde**

**Bir istatistiksel araştırma sürecine yönelik olan aşağıdaki kavramları kullanarak bir kavram haritası hazırlayınız. Kavram haritası oluştururken hiyerarşiye, çapraz ve ara bağlantılara, örnek kullanımına, ara ve çapraz bağlantı kelimeleri kullanmaya ve kavram yoğunluğuna dikkat ediniz.**

**Kullanılacak kavramlar:**

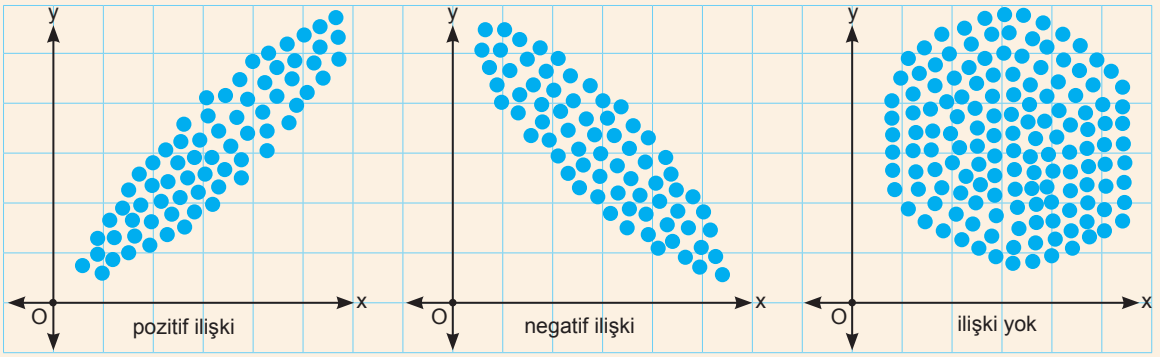
- **araştırma sorusu**
- **bağlam**
- **ilişkililik**
- **iki nicel değişken**
- **korelasyon katsayısı**
- **serpme diyagramı**
- **tablo**

## Zihinde Kalanlar

**Serpme Diyagramı (Saçılım Grafiği):** İki nicel değişken arasındaki ilişkiyi belirlemek için kullanılan bir grafik türüdür. Aralarındaki ilişkinin sebebi görülemese de ilgili iki değişkenin arasında doğrudan bir ilişki bulunup bulunmadığı ve bu ilişkinin ne derece güçlü olduğu görülebilir.
Aralarında ilişki bulunan iki değişkenin değerleri, diyagramda bir çizgi boyunca uzanacaktır. İki değişkene karşılık gelen değerler bu çizgiye yaklaştıkça aralarındaki ilişkinin güçlendiği anlaşılır.

- **Pozitif ilişki:** Bir değişken arttıkça diğeri de artarsa noktalar yukarı doğru eğimli bir şekilde sıralanır.
- **Negatif ilişki:** Bir değişken arttıkça diğeri azalırsa noktalar aşağı doğru eğimli bir şekilde sıralanır.
- **Sıfır ilişki:** Değişkenler arasında belirgin bir eğilim yoksa noktalar rastgele dağılır.

Grafik 3.1. de pozitif, negatif ve sıfır ilişki durumlarına ilişkin serpme diyagramları verilmiştir.




***Grafik 3.1:*** *Serpme diyagramı çeşitleri*

**Korelasyon Katsayısı (Pearson korelasyonu):** İki nicel değişken arasındaki ilişkinin yönü ve büyüklüğünü belirten bir katsayıdır. Bu katsayı, −1 ile +1 arasında bir değer alır. Korelasyon katsayısı "r" ile temsil edilir.

| Korelasyon Katsayısı | Değişkenler Arası İlişkinin Yönü ve Gücü |
|---|---|
| $r = 1$ | Mükemmel-Pozitif |
| $0,71 \leq r \leq 0,99$ | Güçlü Düzey-Pozitif |
| $0,30 \leq r \leq 0,70$ | Orta Düzey-Pozitif |
| $0,01 \leq r \leq 0,29$ | Zayıf Düzey-Pozitif |
| $r = 0$ | İlişki Yok |
| $-0,29 \leq r \leq -0,01$ | Zayıf Düzey-Negatif |
| $-0,70 \leq r \leq -0,30$ | Orta Düzey-Negatif |
| $-0,99 \leq r \leq -0,71$ | Güçlü Düzey-Negatif |
| $r = -1$ | Mükemmel-Negatif |

**Performans Görevi** İstatistiksel Araştırma Süreci Tasarlama ve Yürütme

***Amaç:*** *Çok değişkenli hazır veri setlerinden faydalanarak iki nicel değişkenli veriyle çalışabilme ve iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe dayalı karar verebilme*

***Süre:*** *35 + 35 dk.*

Bu görevde sizden beşerli gruplara ayrılarak biyoloji, coğrafya, ekonomi, fizik, kimya, sağlık bilimleri gibi farklı alanlarla ilgili çok değişkenli hazır veri setlerinden hareketle uygun iki nicel değişken belirleyerek bir araştırma sorusu hazırlamanız ve bu doğrultuda bir istatistiksel araştırma süreci tasarlayarak yürütmeniz beklenmektedir.

**Göreve başlamadan önce aşağıdaki hususa dikkat ediniz.**

- ► Çalışma planı oluşturunuz.

**Görev esnasında aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.**

- ► Çalışmanız ve sunumunuzda Türkçeyi doğru ve etkili kullanınız.
- ► Araştırma yapmak istediğiniz bir alan ve bu alanla ilgili veri toplamaya imkân sağlayan bir bağlam belirleyiniz.
- ► Belirlediğiniz bağlamla ilgili iki nicel değişkenin ilişkililiğine yönelik bir araştırma sorusu oluşturunuz.
- ► Araştırma sorunuzu cevaplandırabilecek değişkenleri içeren veri setine ulaşmak için veri toplama planını yapınız.
- ► Elde ettiğiniz verileri analize hazır hâle getiriniz.
- ► Verileri analiz etmek için uygun görselleştirme ve özetleme aracını seçiniz.
- ► Verileri analiz ediniz.
- ► Analiz sonuçlarını yorumlayınız.
- ► Analiz sonuçlarından hareketle araştırma sorunuzu yanıtlayınız.
- ► Yürüttüğünüz istatistiksel araştırmayı sunum, poster, bilgi görseli gibi araçlarla veya dijital ortamda içerik oluşturarak sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.
- ► Grupların elde ettiği sonuçların iki nicel değişkenin ilişkililiği ve kullanılan görselleştirme araçlarından elde edilen sonuçlar bağlamında benzerlik ve farklılıklarının sebepleri üzerinde tartışınız.
- ► Sunumunuz esnasında yürüttüğünüz istatistiksel araştırma süreci hakkında deneyimlerinizi paylaşınız.
- ► Görevinizi zamanında ve eksiksiz olarak tamamlayınız.
- ► Raporunuzu öğretmeninize teslim ediniz.

***Değerlendirme:***

1) *Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı'na yandaki karekod aracılığıyla ulaşınız.*
2) *Çalışmanızı değerlendirmek için 200 ve 201. sayfalardaki Akran ve Grup Değerlendirme Formlarını doldurunuz.*

*Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı*

# Akran Değerlendirme Formu

Bu form, yaptığınız etkinlikte grup arkadaşlarınızı değerlendirmeniz amacıyla hazırlanmıştır. Ölçütleri okuyarak cevabınız evetse "E", hayırsa "H", kısmense "K" ifadelerini ilgili ölçütün karşısına yazınız.

***Grubun Adı:***

***Çalışmanın Adı:*** .... / .... / ....

***Öğrencinin Adı Soyadı:*** ***Sınıfı ve Numarası:***

***Değerlendirdiği***
***1. Arkadaşının Adı Soyadı:***
***2. Arkadaşının Adı Soyadı:***
***3. Arkadaşının Adı Soyadı:***

| Değerlendirme Ölçütleri | 1. arkadaşım | 2. arkadaşım | 3. arkadaşım |
|---|---|---|---|
| 1. Etkinlik çalışmalarına gönüllü olarak katıldı. | | | |
| 2. Alınan kararlarda etkin rol oynadı. | | | |
| 3. Arkadaşlarının görüşlerine önem verdi. | | | |
| 4. Arkadaşlarıyla aynı düşüncede olmadığı zamanlarda yapıcı bir dil kullandı. | | | |
| 5. Üzerine düşen görev ve sorumlulukları yerine getirdi. | | | |
| 6. Görevini zamanında tamamladı. | | | |
| 7. Arkadaşlarıyla nitelikli iş birliği yaptı. | | | |
| 8. Arkadaşlarının çalışmalarına destek oldu. | | | |
| 9. Grup içinde diğer bireylerle uyumlu çalıştı. | | | |
| 10. Türkçeyi doğru, güzel ve etkili kullandı. | | | |

**Değerlendirme Sistemi**

*Akran Değerlendirme Formu için özel bir puanlama yoktur. "Kısmen" ve "Hayır" cevaplarınızın sayısını belirleyerek öğretmeninizden yardım alınız.*

# Grup Değerlendirme Formu

***Öğrencinin Adı Soyadı:*** .... / .... / ....

***Sınıfı ve Numarası:***

***Grubun Adı:***

*Bu form, gerçekleştirdiğiniz performans görevinde grup arkadaşlarınızı değerlendirmeniz amacıyla hazırlanmıştır.*

| |
|---|
| **1. Performans görevinde grubunuzun etkinliğini tanımlayınız.** |
| |
| **2. Grubunuzun güçlü yönleri nelerdir?** |
| |
| **3. Grubunuzun zayıf yönleri nelerdir?** |
| |
| **4. Grup olarak ne gibi zorluklarla karşılaştınız?** |
| |
| **5. Grubun tüm üyeleri çalışmaya eşit katkıda bulundu mu?** |
| |
| **6. Grubun tüm üyeleri saygı ve hoşgörüyle dinlendi mi?** |
| |
| **7. Grup olarak bir sonraki çalışmanızın daha verimli olması için ne önerirsiniz?** |
| |
| **8. Grupta bir değişiklik yapmak isteseniz neleri değiştirirdiniz?** |
| |

## Çalışma Kâğıdı

Aşağıdaki istatistiksel araştırma süreciyle ilgili soruları cevaplayınız.

2002-2023 yılları arasında ülkemizde meydana gelen trafik kazalarında sürücü kaynaklı kusur sayısı ile yaya kaynaklı kusur sayısı arasındaki ilişki üzerine aşağıdaki adımları takip ederek bir istatistiksel araştırma süreci gerçekleştiriniz.

1. **Belirtilen konuya ilişkin araştırma sorusunu yazınız.**

2. **Bu araştırma sorusunu cevaplamak için veri setine nasıl ulaşacağınızı belirtiniz.**

3. **Veri setine ulaşmak için kullandığınız yöntem doğrultusunda veri setini elde ederek analize hazırlayınız.**

4. **Veri setini analiz ediniz.**

5. **Analiz sonuçlarını yorumlayarak araştırma sorusuna cevap veriniz.**

***Değerlendirme:*** *Çalışma kâğıdınız yanda verilen karekoddaki Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı'yla öğretmeniniz tarafından değerlendirilecektir.*

*Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı*

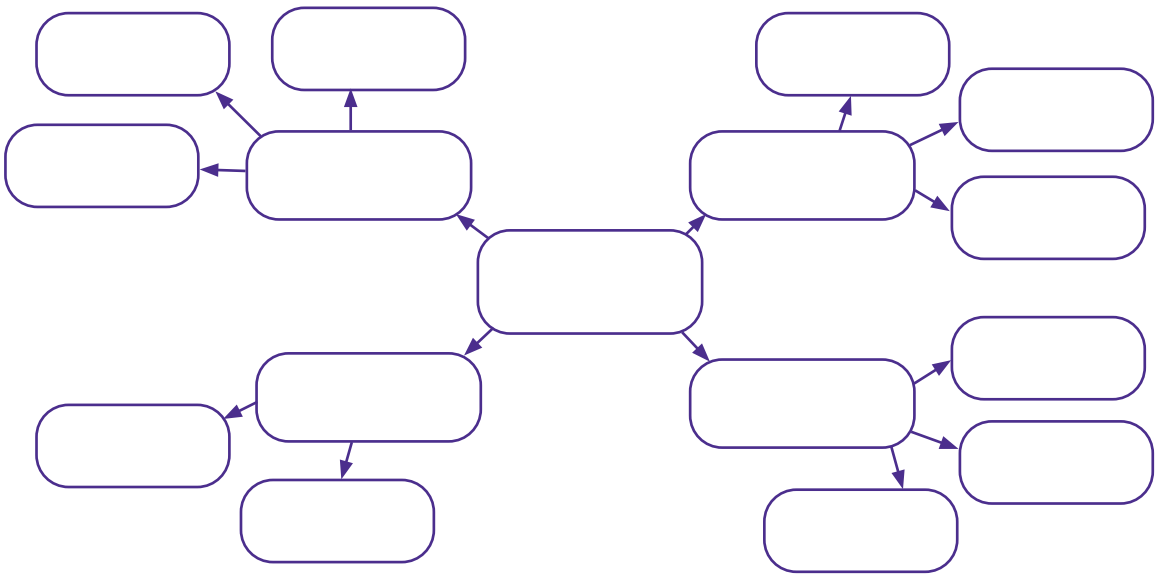
## Alıştırmalar I

**1.**

**a)** Toplumu etkileyen sağlık, eğitim, çevre, iklim gibi konulardan bir gerçek yaşam durumu belirleyiniz ve belirlediğiniz gerçek yaşam durumunu aşağıdaki boşluğa yazınız.

Belirlediğim gerçek yaşam durumu:

**b)** Belirlediğiniz gerçek yaşam durumunu etkileyen bağlamları aşağıdaki örümcek ağında ifade ediniz.



**2.** Yürüyüş yapmanın faydalarını anlatan aşağıdaki metni okuyunuz.

» Yürüyüş yapmanın kütle artırıcı genlerin etkilerini ortadan kaldırdığı, Harvard Üniversitesi tarafından yürütülen bir araştırmada ortaya kondu. Araştırmacılar, bu genlerin vücut kütlesine ne kadar katkıda bulunduğunu belirlemek için 12 000'den fazla kişide 32 obezite artırıcı geni inceledi. Günde yaklaşık bir saat hızlı yürüyen çalışma katılımcıları arasında bu genlerin etkilerinin yarı yarıya azaldığı belirlendi.

» Yürüyüşün tatlı krizini yatıştırmaya yardımcı olduğu bilimsel çalışmalarla kanıtlandı. Exeter Üniversitesinde yapılan çalışmada 15 dakikalık bir yürüyüşün stresli durumlarda tüketilen çikolata miktarını azaltabileceğini buldu.

» Yürüyüşün göğüs kanseri riskini azaltması da bilimsel çalışmalarla ortaya kondu. Amerikan Kanser Derneğinin yürüyüşe odaklanan bir çalışması, haftada yedi saat veya daha fazla yürüyen kadınların haftada üç saat veya daha az yürüyenlere göre göğüs kanserine yakalanma riskinin %14 daha düşük olduğunu buldu.

» Yürüyüş yapmanın bir diğer faydası eklem ağrılarını hafifletmesidir. Yapılan bazı bilimsel çalışmalar, yürüyüşün artrit kaynaklı ağrıyı azalttığını ve haftada yaklaşık on kilometre yürümenin artrit oluşumunu bile önleyebileceğini buldu. Yürüyüş, özellikle diz ve kalça eklemlerini yağlayarak ve onları destekleyen kasları güçlendirerek korur.

» Yürüyüşün bağışıklık fonksiyonunu güçlendirerek soğuk algınlığı ve gripten korunmaya yardımcı olabildiği 1 000'den fazla erkek ve kadın üzerinde yapılan bir araştırmada ortaya kondu. Haftada en az 5 gün, günde en az 20 dakika yürüyenlerin haftada bir veya daha az egzersiz yapanlara göre %43 daha az günü hasta geçirdiğini ve semptomların hafif olduğu gözlendi.

**Bu metne göre iki nicel değişkenin ilişkililiğine yönelik beş istatistiksel araştırma sorusu yazınız.**

**3.** Teknolojik gelişmeler imalat sanayisini oldukça etkilemektedir. Ekonomi araştırmacısı Nejat Bey "2023 yılında Türkiye'de imalat sanayisinde çalışan personel sayısı ile personel maliyetleri arasında nasıl bir ilişki vardır?" araştırma sorusuyla 2023 yılında Türkiye'de imalat sanayisinde teknolojik düzeylere göre temel göstergeleri incelemek istemiştir.

**Buna göre**

**a) Nejat Bey'in araştırma sorusu ışığında hangi veri setine ulaşması gerektiğini bulunuz.**

**b) Nejat Bey'in elde ettiği veri setini analize nasıl hazırlayacağını açıklayınız.**

**c) Nejat Bey'in elde ettiği veri setini görselleştirme ve özetleme araçlarını kullanarak nasıl analiz ettiğini açıklayınız.**

**4.** TÜİK tarafından oluşturulan 2013 yılında illere göre mutluluk kaynağı istatistiksel araştırma verisi yandaki karekodda bulunmaktadır. Bu veri setinin bir kısmı aşağıdaki tabloda verilmiştir.

*Veri Seti*

| İller | Mutluluk Kaynağı Olan Değerler - Para (%) | Mutluluk Kaynağı Olan Değerler - İş (%) |
|---|---|---|
| **Adana** | 5,2 | 2,6 |
| **Adıyaman** | 3,2 | 4,1 |
| **Afyonkarahisar** | 2,1 | 0,4 |
| **Ağrı** | 5,5 | 3 |
| **Amasya** | 4,5 | 2,3 |
| **Ankara** | 3,3 | 1,5 |
| **Amasya** | 5,2 | 1,5 |
| **Aydın** | 4,8 | 2 |

**"Mutluluk kaynağı olan değerlerden iş ve para arasında nasıl bir ilişki vardır?" araştırma sorusuyla ilgili aşağıdaki sorulara cevap veriniz.**

**a) Verilen araştırma sorusuna ilişkin analizi gerçekleştiriniz.**

**b) Görselleştirme ve özetleme araçlarıyla elde ettiğiniz sonuçları değerlendiriniz.**

**c) Araştırma sorusuna yanıt veriniz.**

*Ek Alıştırma Soruları*

*Etkileşimli İçerik I*

*Etkileşimli İçerik II*

## 3. Tema Ölçme ve Değerlendirme

*Bu bölümde cevaplamanız için farklı tiplerde 9 soru bulunmaktadır.*
*Ölçme ve değerlendirme bölümünün sonundaki ek sorulara karekod aracılığıyla ulaşabilirsiniz.*

***1-3. soruları aşağıda verilen açıklama ve tabloya göre cevaplayınız.***

Antalya ve Mersin, Akdeniz'e kıyısı olan birbirine komşu iki ilimizdir. Bu iki ilin birinden konut satın almak isteyen bir kişi, 2024 yılında bu illerde satılan konut sayıları arasında bir ilişki olup olmadığını merak ederek bir araştırma yapmıştır. Bu araştırma için aşağıdaki tabloda verilen veri setine ulaşmıştır.

| Aylar | Antalya'da Konut Satış Sayısı | Mersin'de Konut Satış Sayısı |
|---|---|---|
| **Ocak** | 5250 | 2605 |
| **Şubat** | 5028 | 2732 |
| **Mart** | 5693 | 3567 |
| **Nisan** | 4427 | 2546 |
| **Mayıs** | 6306 | 3499 |
| **Haziran** | 4340 | 2771 |
| **Temmuz** | 6659 | 4386 |
| **Ağustos** | 6361 | 4220 |
| **Eylül** | 6468 | 4439 |
| **Ekim** | 7974 | 4946 |
| **Kasım** | 8079 | 4871 |
| **Aralık** | 10927 | 6508 |

**1. Kişinin yapacağı araştırma için araştırma sorusunu yazınız.**

**2. Araştırma sorusuna cevap vermek için uygun olan görselleştirme ve özetleme araçlarını kullanarak tablodaki veri setini analiz ediniz.**

**3. Analiz sonuçlarını yorumlayarak araştırma sorusuna cevap veriniz.**

***4-6. soruları aşağıdaki açıklama ve tabloya göre cevaplayınız.***

Hibrit ve elektrikli araçlar, içten yanmalı bir motora sahip araçlara kıyasla kilometre başına harcadıkları yakıt miktarının az olması nedeniyle çevre dostu olarak nitelendirilmekte ve kullanıcılara tasarruf sağlamaktadır. Bu bilgi ışığında dizel aracını yenilemek isteyen Yıldırım Bey, tercihini hibrit veya elektrikli araçlardan yana kullanmaya karar vermiştir. 2015-2024 yılları arasında Türkiye'de satılan hibrit ve elektrikli araç sayıları arasında bir ilişki olup olmadığını merak etmiş ve aşağıdaki tabloda bulunan satış istatistiği veri setine ulaşmıştır.

| Aylar | Hibrit Araç Sayısı | Elektrikli Araç Sayısı |
|---|---|---|
| **2015** | 324 | 565 |
| **2016** | 517 | 643 |
| **2017** | 925 | 760 |
| **2018** | 4415 | 952 |
| **2019** | 13877 | 1176 |
| **2020** | 33690 | 2797 |
| **2021** | 86682 | 6267 |
| **2022** | 134662 | 14552 |
| **2023** | 222328 | 80043 |
| **2024** | 391296 | 183776 |

**4. Yıldırım Bey'in merak ettiği konuya ilişkin araştırma sorusunu yazınız.**

**5. Araştırma sorusuna cevap vermek için uygun olan görselleştirme ve özetleme araçlarını kullanarak tablodaki veri setini analiz ediniz.**

**6. Analiz sonuçlarını yorumlayarak araştırma sorusuna cevap veriniz.**

***7-9. soruları aşağıdaki açıklama ve tabloya göre cevaplayınız.***

İhracat yapan bir şirket, ürünlerini deniz ya da kara yoluyla ihraç etmektedir. Şirket müdürü aşağıdaki tabloda verilen 2024 yılında Türkiye'deki taşıma şekillerine göre ihracat veri setine ulaşmış ve deniz ile kara yolu ihracatı arasında bir ilişki olup olmadığını araştırmak istemiştir.

| Aylar | Deniz Yolu ile İhracat | Kara Yolu ile İhracat |
|---|---|---|
| **Ocak** | 11372396 | 6627276 |
| **Şubat** | 12237886 | 6880975 |
| **Mart** | 13062509 | 7433706 |
| **Nisan** | 10959331 | 6215470 |
| **Mayıs** | 13137917 | 7886105 |
| **Haziran** | 10720485 | 6215530 |
| **Temmuz** | 12202338 | 7370024 |
| **Ağustos** | 11838623 | 7450525 |
| **Eylül** | 12100885 | 7435321 |
| **Ekim** | 12697840 | 8056548 |
| **Kasım** | 12250723 | 7350793 |
| **Aralık** | 13662345 | 6915986 |

**7. Şirket müdürünün merak ettiği konuya ait araştırma sorusunu yazınız.**

**8. Araştırma sorusuna cevap vermek için uygun olan görselleştirme ve özetleme araçlarını kullanarak tablodaki veri setini analiz ediniz.**

**9. Analiz sonuçlarını yorumlayarak araştırma sorusuna cevap veriniz.**

*Ek Ölçme ve Değerlendirme Soruları*

# SÖZLÜK

## A-B-Ç-D

artrit : Eklemlerde görülen romatizma.

atlet : Atletizmle uğraşan kimse; atletizmci.

bağışıklık : Bazı mikroplara karşı aşı veya doğal yolla kazanılmış direnç durumu.

bağlam : Herhangi bir olguda olaylar, durumlar, ilişkiler örgüsü veya bağlantısı; kontekst.

çözelti : Çözünme sonucu ortaya çıkan madde.

çözünürlük : Bir maddenin başka bir madde içinde çözünme özelliği; resolüsyon.

debi : Bir akarsuyun herhangi bir kesiminden saniyede geçen suyun hacmi; akım.

dezenformasyon : bilgi çarpıtma.

diyabet : şeker hastalığı.

## E-F-G-H

elektrifikasyon : Elektrik enerjisini endüstri, ulaşım ve gündelik hayata uygulama; elektriklendirme.

emisyon : çıkarma.

frekans : sıklık.

gayrisafi millî hasıla : Bir ülkede bir yıl süresince üretilen mal ve hizmetlerin piyasa fiyatları üzerinden hesaplanan toplam değeri.

gen : İçinde bulunduğu hücre veya organizmaya özel bir etkisi olan, kuşaktan kuşağa ve hücreden hücreye geçen kalıtımın temel birimi.

genetik : kalıtım bilimi.

hacim : Bir cismin uzayda doldurduğu boşluk; oylum, cirim, sıygı.

hibrit : İki farklı güç kaynağının bir arada bulunması.

hiyerarşi : aşama sırası.

## I-İ-K-L

ışık akısı : Birim zamanda yayılan ışık miktarı.

içten yanmalı : Sıkıştırılmış hava içine püskürtülen yakıtla çalışan motor türü.

ihracat : Bir ülkenin ürettiği malları başka bir ülkeye veya ülkelere satması; dış satım.

indeks : gösterge.

istihdam : Bir görevde, bir işte kullanma.

işlem hacmi : Borsada günlük gerçekleştirilen alım satımların toplam tutarı.

ivme : Hareket eden nesnenin kısa bir zaman içinde, hızında oluşan değişmenin bu zamana oranı.

kalori : Besinlerin, dokular içinde yanarak vücudun sıcaklık ve enerjisini sağlama değerlerini gösteren ölçü.

karargâh : Bir birlik veya kurumun, kumandan ile yardımcı şube ve bölümlerinden oluşan kuruluş.

kolesterol : Kanda ve büyük ölçüde ödde bulunan, besinlerle alınan sterol; kolesterin.

kompost : Bitki artıklarından yapılan gübre.

kronik : süreğen.

kütle : Bir nesneye uygulanan kuvvetle, oluşan ivme arasındaki orantıyı veren katsayı veya nesne niceliği.

lümen : Işık şiddeti 1 mum olan, eşit dağıtımlı bir nokta kaynağının 1 steradyan içine yayımladığı ışık akısı.

## M-O-Ö-P

megabayt : 1024 (yaklaşık bin) kilobayttan oluşan bir belleğin veya verinin boyutunu ifade eden ölçü birimi.

menkul kıymet : taşınır değer.

obezite : Aşırı kiloluluk, hastalık ölçüsüne varan şişmanlık.

ölçek : Harita veya resimde gösterilen uzunluklar ile gerçek uzunluklar arasındaki oran.

örgün eğitim : Kişilerin hayata atılmadan, iş ve meslek kollarında çalışmaya başlamadan önce okul veya okul niteliği taşıyan yerlerde, genel ve özel bilgiler bakımından yetişmelerini sağlamak amacıyla belli kanunlara göre düzenlenen eğitim; formel eğitim.

pan flüt : Antik Çağ'dan beri kullanılan, yan yana bağlanmış değişik uzunluktaki kamış, metal, kil veya ahşaptan yapılan, ince borulardan oluşan bir tür üflemeli çalgı.

parkur : Binicilik, bisiklet, atletizm, yürüyüş, koşu vb. sporların yapıldığı özel yol.

perde : Bir müzik parçasını oluşturan seslerden her birinin kalınlık veya incelik derecesi.

portal : Belirli bir konuya odaklanmış bilgilerin yer aldığı genel ağ sayfası; kapı.

**R-S-Y**

| | | |
|---|---|---|
| rüzgâr türbini | : | Rüzgârın gücü kullanılarak oluşturulan enerjiyi mekanik enerjiye dönüştüren sistem. |
| semptom | : | belirti. |
| yaygın eğitim | : | Örgün eğitim imkânlarından yararlanmamış olanlara, gittikleri okuldan erken ayrılanlara veya meslek dallarında daha yeterli duruma gelmek isteyenlere uygulanan eğitim. |

# KAYNAKÇA


Adu-Gyamfi, K. (2007). *Connections Among Representations: The Nature of Students' Coordinations on a Linear Function Task*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, North Carolina State University.

Baki, A. (2008). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.

Boyer, C. B., Merzbach, U. C. (2011). *A History of Mathematics*. New York: John Wiley.

Goldin, G. A. (1998). *Representations, Learning, and Problem Solving in Mathematics.* Journal of Mathematical Behavior, 17(2), 137-165.

Kleiner, I. (1989). *Evolution of the Function Concept: A Brief Survey.* The College Mathematics Journal, 20(4), 282-300.

Kline, M. (1972). *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times.* New York: Oxford University Press.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., Stein, M. K. (1990). F*unctions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching*. Review of Educational Research, 60(1), 1-64.

Mankiewicz, R. (2000). *The Story of Mathematics.* Princeton, NJ: Princeton University Press.

Merzbach, U. C., Boyer, C. B. (2011). *A History of Mathematics (3. baskı)*. Hoboken, New Jersey: John Wiley and Sons, Inc.

Miller, W. (1996). *Pentagons and Golden Triangles.* Mathematics in Schools, 25(4), 2-4.

Pereira-Mendoza, L. (1993). *What is a Quadrilateral?* Mathematics Teacher, 86(9), 774-776.

Tapan-Broutin, M. S. (2014). Matematiksel Nesnelerin Yapısı ve Temsiller: *"Klasik Semiyotik Üçgenin" Geometri Öğretime Yansımalarının Analizi.* Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 27(1), 255-281.

T.C. Millî Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2025).*Ortaöğretim Programları Ortak Metni*. Ankara.

T.C. Millî Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2026).*Ortaöğretim Temel Matematik Dersi Öğretim Programı (11 ve 12. Sınıflar)*. Ankara.

Usiskin, Z., Peressini, A., Marchisotto, E. A., Stanley, D. (2003). *Mathematics for High School Teachers: an Advanced Perspective.* New Jersey: Prentice Hall.


Kaynakça, APA 6'ya göre hazırlanmıştır.

# CEVAP ANAHTARLARI

*Alıştırmalar Cevap Anahtarı*

*Ölçme ve Değerlendirme Cevap Anahtarı*

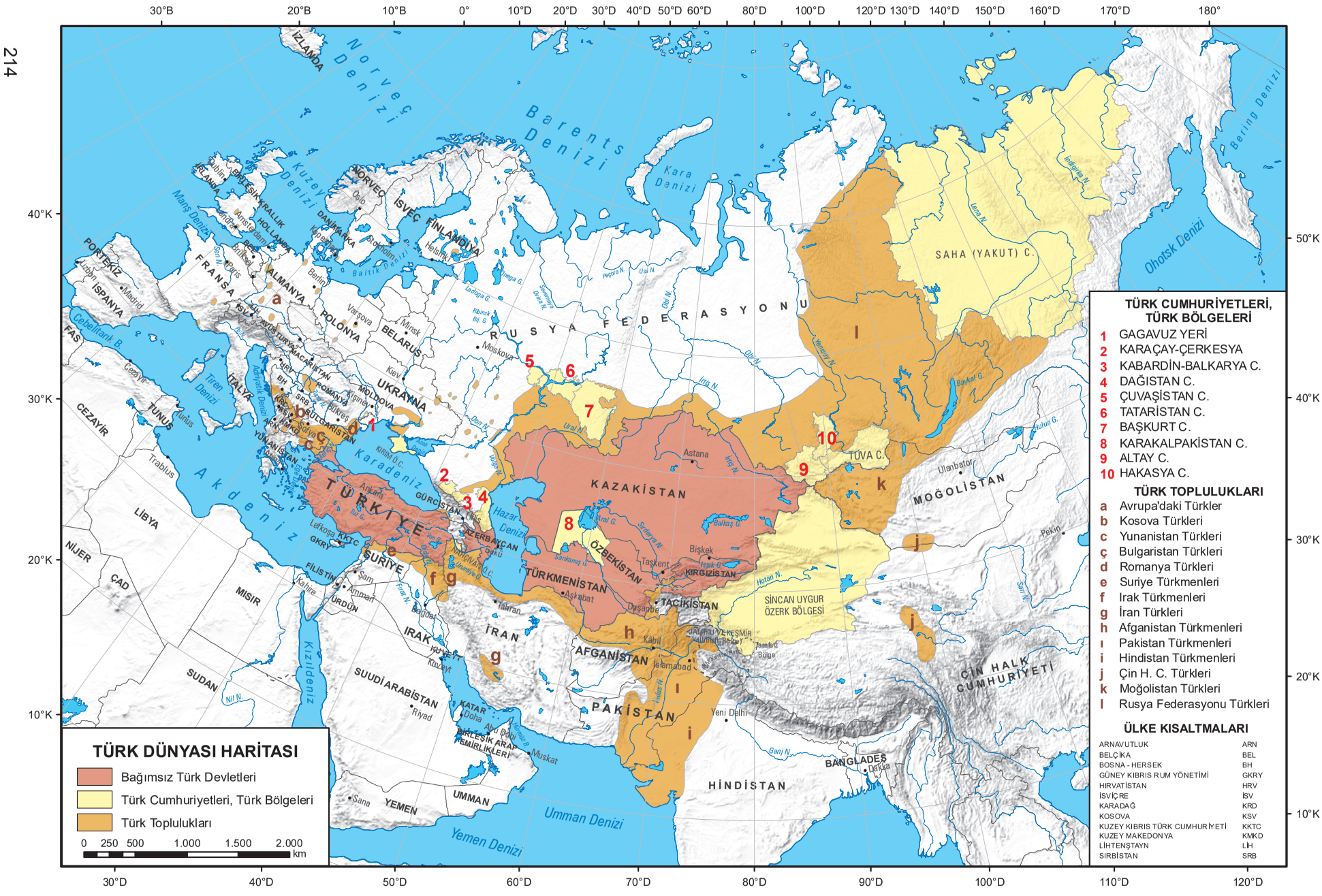
*Ön Değerlendirme Cevap Anahtarı*

*Sıra Sizde Cevap Anahtarı*

# GÖRSEL VE GENEL AĞ KAYNAKÇASI

*Görsel ve Genel Ağ Kaynakçası*


TÜRKİYE'NİN MÜLKİ İDARE BÖLÜMLERİ İLE
KARA VE DENİZ KOMŞULARI HARİTASI
BAŞKENT
Ankara
İL MERKEZİ
Elâzığ
GÖL
ÜLKE SINIRI
ÖZERK BÖLGE SINIRI
AKARSU
0 50 100 200 300 400
km
Harita Genel Müdürlüğü tarafından üretilmiştir.
KARADENİZ
AKDENİZ
EGE DENİZİ
MARMARA DENİZİ
HAZAR DENİZİ
ROMANYA
UKRAYNA
RUSYA FEDERASYONU
BULGARİSTAN
YUNANİSTAN
GÜRCİSTAN
ERMENİSTAN
AZERBAYCAN
İRAN
SURİYE
IRAK
LİBYA
MISIR
İSRAİL
LÜBNAN
FİLİSTİN
Batı Şeria
Doğu Kudüs
Gazze Şeridi
KUZEY KIBRIS TÜRK CUMHURİYETİ
GÜNEY KIBRIS RUM YÖNETİMİ
NAHÇIVAN Ö.C. (AZERBAYCAN)
ACARA Ö.C.
Sofya
Bükreş
Atina
Beyrut
Şam
Bağdat
Tel Aviv
Lefkoşa
Erenköy
Tiflis
Eriyan
Sinop
Samsun
Ordu
Giresun
Trabzon
Rize
Artvin
Ardahan
Kars
Iğdır
Ağrı
Erzurum
Erzincan
Bayburt
Gümüşhane
Tokat
Çorum
Amasya
Çankırı
Karabük
Bartın
Zonguldak
Kastamonu
Düzce
Bolu
Kocaeli
İstanbul
Sakarya
Yalova
Tekirdağ
Kırklareli
Edirne
Çanakkale
Gökçeada
Bozcaada
Bursa
Bilecik
Balıkesir
Eskişehir
Ankara
Kırıkkale
Yozgat
Sivas
Kırşehir
Kütahya
Afyonkarahisar
Uşak
Manisa
İzmir
Aydın
Denizli
Muğla
Burdur
Isparta
Konya
Aksaray
Nevşehir
Kayseri
Niğde
Karaman
Antalya
Mersin
Adana
Osmaniye
Hatay
Kilis
Gaziantep
Şanlıurfa
Kahramanmaraş
Adıyaman
Malatya
Elâzığ
Tunceli
Bingöl
Muş
Bitlis
Van
Diyarbakır
Batman
Siirt
Şırnak
Mardin
Hakkâri
Tuz Gölü
Van Gölü
Urumiye Gölü
Kızılırmak N.
Yeşilırmak N.
Çoruh N.
Kura N.
Aras N.
Fırat N.
Dicle N.
Seyhan N.
Ceyhan N.
Göksu N.
Meriç N.
Tuna N.
Sakarya N.
Büyük Menderes N.
Küçük Menderes N.
Gediz N.
Susuz K.


TÜRK DÜNYASI HARİTASI
Bağımsız Türk Devletleri
Türk Cumhuriyetleri, Türk Bölgeleri
Türk Toplulukları
0 250 500 1.000 1.500 2.000 km
TÜRK CUMHURİYETLERİ, TÜRK BÖLGELERİ
1 GAGAVUZ YERİ
2 KARAÇAY-ÇERKESYA
3 KABARDİN-BALKARYA C.
4 DAĞISTAN C.
5 ÇUVAŞİSTAN C.
6 TATARİSTAN C.
7 BAŞKURT C.
8 KARAKALPAKİSTAN C.
9 ALTAY C.
10 HAKASYA C.
TÜRK TOPLULUKLARI
a Avrupa'daki Türkler
b Kosova Türkleri
c Yunanistan Türkleri
ç Bulgaristan Türkleri
d Romanya Türkleri
e Suriye Türkmenleri
f Irak Türkmenleri
g İran Türkleri
h Afganistan Türkmenleri
ı Pakistan Türkmenleri
i Hindistan Türkmenleri
j Çin H. C. Türkleri
k Moğolistan Türkleri
l Rusya Federasyonu Türkleri
ÜLKE KISALTMALARI
ARNAVUTLUK ARN
BELÇİKA BEL
BOSNA - HERSEK BH
GÜNEY KIBRIS RUM YÖNETİMİ GKRY
HIRVATİSTAN HRV
İSVİÇRE İSV
KARADAĞ KRD
KOSOVA KSV
KUZEY KIBRIS TÜRK CUMHURİYETİ KKTC
KUZEY MAKEDONYA KMKD
LİHTENŞTAYN LİH
SIRBİSTAN SRB
TÜRKİYE
KAZAKİSTAN
RUSYA FEDERASYONU
SAHA (YAKUT) C.
TUVA C.
MOĞOLİSTAN
ÇİN HALK CUMHURİYETİ
SİNCAN UYGUR ÖZERK BÖLGESİ
İRAN
IRAK
SURİYE
AFGANİSTAN
PAKİSTAN
HİNDİSTAN
TÜRKMENİSTAN
ÖZBEKİSTAN
KIRGIZİSTAN
TACİKİSTAN
AZERBAYCAN
GÜRCİSTAN
UKRAYNA
BELARUS
POLONYA
ROMANYA
BULGARİSTAN
YUNANİSTAN
ALMANYA
FRANSA
İSPANYA
PORTEKİZ
İTALYA
İSVEÇ
FİNLANDİYA
NORVEÇ
İZLANDA
CEZAYİR
TUNUS
LİBYA
MISIR
SUDAN
NİJER
ÇAD
FAS
SUUDİ ARABİSTAN
YEMEN
UMMAN
BİRLEŞİK ARAP EMİRLİKLERİ
KATAR
KUVEYT
BANGLADEŞ
Norveç Denizi
Barents Denizi
Kara Denizi
Bering Denizi
Ohotsk Denizi
Baltık Denizi
Kuzey Denizi
Akdeniz
Karadeniz
Hazar Denizi
Umman Denizi
Yemen Denizi
Kızıldeniz
30°B 20°B 10°B 0° 10°D 20°D 30°D 40°D 50°D 60°D 80°D 100°D 120°D 130°D 140°D 150°D 160°D 170°D 180°
40°K 30°K 20°K 10°K
30°D 40°D 50°D 60°D 70°D 80°D 90°D 100°D 110°D 120°D